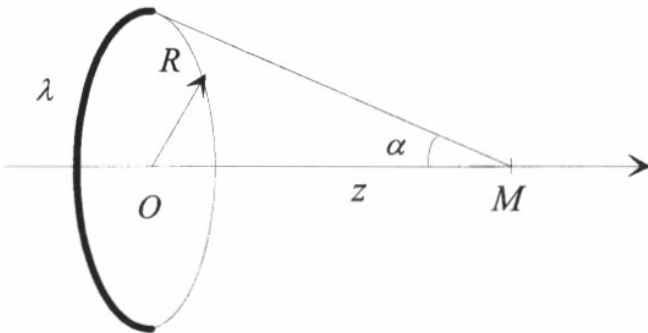


**Électrostatique : Champ électrostatique créé par une spire**

**E-1 Champ sur l'axe :**



On donne une spire circulaire de rayon  $R$ , de centre  $O$ , d'axe  $Oz$ . Cette spire porte une charge positive  $Q$  répartie uniformément avec densité linéique de charge  $\lambda$  en  $C.m^{-1}$ .

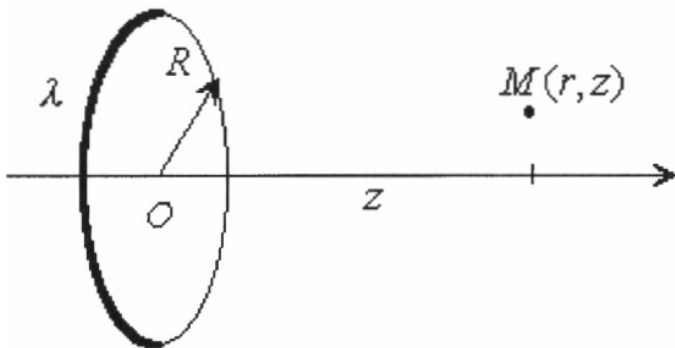
E-1-1 Montrer par des arguments de symétrie que, sur l'axe, le champ électrostatique  $\vec{E}$  est porté par l'axe et prend la forme de  $\vec{E} = E\vec{k}$  où  $\vec{k}$  est un vecteur unitaire porté par l'axe  $Oz$ .

E-1-2 Comparer  $E(-z)$  et  $E(z)$ .

E-1-3 Calculer le champ électrostatique créé en un point  $M$  de l'axe tel que  $OM = z$ . On donnera le résultat en fonction de  $Q$ , la charge totale, du rayon  $R$ , de la permittivité du vide  $\epsilon_0$  et de la distance  $z$ .

E-1-4 Tracer le graphe de la fonction  $E(z)$ .

**E-2 Champ au voisinage de l'axe :**

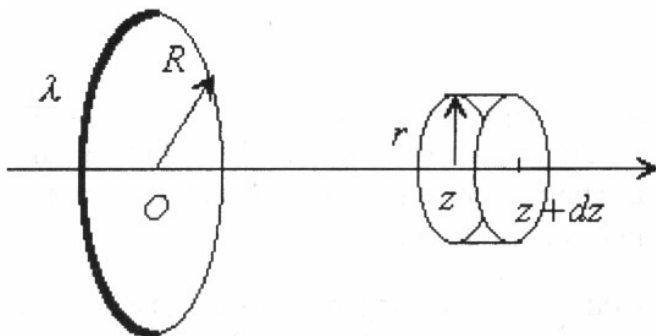


On s'intéresse maintenant au champ électrostatique au voisinage de l'axe. On calcule donc le champ en un point  $M$  défini par des coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ .

E-2-1 Montrer par des arguments de symétrie très précis, qu'en  $M$ , le champ  $\vec{E}$  n'a pas de composante orthoradiale  $E_\theta$ .

E-2-2 Montrer que la norme de  $E$  ne dépend que de  $r$  et  $z$ .

E-2-3 Montrer qu'au voisinage de l'axe, le flux du champ  $\vec{E}$  est conservatif. Que peut-on dire de sa circulation sur un contour fermé ?



E-2-4 Calculer le flux de  $\vec{E}$  à travers une surface fermée cylindrique d'axe  $Oz$  dont les bases sont des disques de rayon  $r$  petit et de cotes  $z$  et  $z + dz$ .

En déduire  $E_r(z, r) = -\frac{r}{2} \frac{dE_z(z, 0)}{dz}$ .

Calculer l'expression de  $E_r(z, r)$ .

E-2-5 A l'aide d'un logiciel de simulation, on trace les lignes de champ et les équipotentielles.

E-2-5-1 **Sur la feuille donnée en annexe, à joindre à la copie,** préciser les lignes de champ avec des flèches en supposant  $\lambda > 0$ .

E-2-5-2 Qu'obtiendrait-on comme allure de lignes de champ à grande distance ?

E-2-5-3 Qu'obtiendrait-on comme allure d'équipotentiels à grande distance ?

E-2-5-4 Montrer que les lignes de champs sont perpendiculaires aux équipotentiels.  
Que se passe-t-il au centre ?

E-2-5-5 Justifier le fait que les lignes de champ se rapprochent puis s'éloignent de l'axe.  
On pourra utiliser l'expression de  $E_r(z,r)$  déterminée dans la question E-2-4.

Feuille à joindre à la copie : NOM Prénom .....

