

Optique géométrique (CCP 2007 MP)



Les calculatrices sont interdites.

(Les données numériques sont choisies pour simplifier les calculs)

* * *

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

* * *

Partie A : OPTIQUE

Ce problème d'optique comprend trois parties ; un premier chapitre « Définitions » introduit l'approximation de Gauss qui sera utilisée dans les deux chapitres suivants : « Etude de miroirs sphériques » et « Etude de lentilles minces ».

Les dix figures du problème d'optique sont en page 6.

Les éléments (objets, images, rayons lumineux) seront tracés en traits pleins (—) s'ils sont réels et en tirets (-----) s'ils sont virtuels.

I. DEFINITIONS

1. Systèmes optiques.

- Qu'appelle-t-on système optique centré ?
- Qu'est-ce qu'un système optique catoptrique ?

2. Stigmatisme.

- Qu'appelle-t-on stigmatisme rigoureux pour un point A à travers un système optique ?
- Citez un système optique rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace.

3. Aplanétisme.

- Soit (A, A') un couple de points conjugués, par un système optique centré (S). Le point A est situé sur l'axe optique. On considère un point B, voisin de A, tel que AB soit transverse, c'est-à-dire situé dans un plan de front. A quelle propriété doit satisfaire B', image de B à travers (S), pour conduire à un aplanétisme rigoureux du couple (A, A') ?
- Citez un système optique rigoureusement aplanétique pour tous les points de l'espace.

4. Approximation de Gauss.

- Enoncer les conditions qui permettent de réaliser l'approximation de Gauss.
- Quelle conséquence l'approximation de Gauss a-t-elle sur le stigmatisme ?

II. ETUDE DE MIROIRS SPHERIQUES

Un miroir sphérique est une calotte sphérique réfléchissante sur l'une de ses faces. Le centre de la sphère est noté C et le point d'intersection S de la calotte avec l'axe optique est appelé sommet du miroir.

Les miroirs sphériques étudiés seront utilisés dans l'approximation de Gauss.

1. Caractère convergent ou divergent d'un miroir sphérique.

- Un miroir convexe est-il un système optique convergent ou divergent ?
- Parmi les miroirs sphériques (m_1) et (m_2) représentés (Figure 1), lequel est divergent ?
- En plaçant notre œil loin d'un miroir sphérique (m_3), on constate que l'image de notre œil est droite et réduite. Le miroir (m_3) est-il convergent ou divergent ?

2. Relations de conjugaison et de grandissement.

On cherche à déterminer la position de l'image A' d'un point A situé sur l'axe optique.

a. Relation de conjugaison de Descartes.

On considère un rayon incident AI issu de A qui se réfléchit en I (Figure 2).

- Déterminer les relations liant les angles α , α' et β aux grandeurs algébriques \overline{SA} , $\overline{SA'}$, \overline{SC} et \overline{HI} , dans l'approximation de Gauss.
- Exprimer la relation entre les angles α , α' et β .
- En déduire la relation de conjugaison au sommet du miroir :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{k_1}{\overline{SC}} \text{ où } k_1 \text{ est un facteur que l'on déterminera.}$$

- Donner les expressions des distances focales image $f' = \overline{SF'}$ et objet $f = \overline{SF}$ du miroir sphérique en fonction de \overline{SC} .

b. Relation de conjugaison de Newton.

On représente le miroir sphérique de centre C et de sommet S en dilatant l'échelle dans les directions transverses (Figure 3).

- Reproduire la Figure 3 en indiquant les foyers principaux objet F et image F' et construire l'image A'B' d'un objet AB transverse.
- En considérant les propriétés des triangles semblables, montrer que nous obtenons la relation de conjugaison de Newton :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f \cdot f'$$

c. Relation de conjugaison : origine au centre.

- En prenant le centre C comme origine, montrer que \overline{FA} et $\overline{F'A'}$ peuvent s'exprimer en fonction de \overline{CA} , $\overline{CA'}$ et \overline{CS} .
- Déduire de la relation de Newton, la formule de conjugaison avec origine au centre :

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{k_2}{\overline{CS}} \text{ où } k_2 \text{ est un facteur que l'on déterminera.}$$

d. Grandissement.

Si \overline{AB} a pour image $\overline{A'B'}$, nous représenterons le grandissement transversal par le rapport algébrique : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$. Exprimer ce grandissement γ :

- d.1. - en fonction de \overline{SA} et $\overline{SA'}$.
- d.2. - en fonction de \overline{FA} , $\overline{FA'}$ et \overline{FS} .
- d.3. - en fonction de \overline{CA} et $\overline{CA'}$.

3. Correspondance objet-image pour des miroirs concave et convexe.**a. Construction géométrique de l'image A'B' d'un objet AB transverse.**

Construire l'image A'B' à l'aide de deux rayons issus du point B pour les miroirs suivants :

- a.1. (M_1), de centre C_1 et de sommet S_1 (Figure 4).
- a.2. (M_2), de centre C_2 et de sommet S_2 (Figure 5).

b. Position de l'image A'B' et grandissement transversal.

On définira le rayon de courbure d'un miroir (M_x) par : $R_x = \overline{S_x C_x}$

- b.1. Le miroir (M_3) est concave, de rayon de courbure R_3 tel que $|R_3| = 20$ cm. L'objet AB est situé au milieu de $F_3 S_3$ (F_3 : Foyer objet ; S_3 : Sommet). Calculer $\overline{S_3 A'}$ et en déduire le grandissement transversal de l'objet.
- b.2. Le miroir (M_4) est convexe, de rayon de courbure R_4 tel que $|R_4| = 40$ cm. L'objet AB est situé après S_4 tel que $\overline{S_4 A} = 50$ cm. Calculer $\overline{C_4 A'}$ et en déduire le grandissement transversal de l'objet.

4. Système réflecteur : le télescope de Cassegrain

Données numériques : Diamètre de la Lune : $D_L = 3\,456$ km
Distance Terre – Lune : $D_{TL} = 384\,000$ km

- a. L'axe optique d'un miroir sphérique concave (\mathcal{M}), de sommet S, de centre C et de rayon $R = \overline{SC}$ est dirigé vers le centre de la Lune.
 - a.1. Déterminer la position de l'image A'B' de la Lune après réflexion sur (\mathcal{M}).
 - a.2. Calculer le diamètre apparent ε du disque lunaire.
 - a.3. En déduire la dimension de l'image A'B' pour $|R| = 60$ cm.
- b. On réalise l'objectif d'un télescope de type Cassegrain en associant deux miroirs sphériques (Figure 6) :
 - un miroir sphérique concave (\mathcal{M}_1), appelé miroir primaire, de sommet S_1 , de centre C_1 , de foyer F_1 et de rayon $R_1 = \overline{S_1 C_1}$.
 - un miroir sphérique convexe (\mathcal{M}_2), appelé miroir secondaire, de sommet S_2 , de centre C_2 , de foyer F_2 et de rayon $R_2 = \overline{S_2 C_2}$.

Le miroir (\mathcal{M}_1) comprend une petite ouverture centrée en S_1 pour permettre le passage de la lumière après réflexion sur (\mathcal{M}_1) puis sur (\mathcal{M}_2).

Le miroir (\mathcal{M}_2) est de petite dimension, afin de ne pas obstruer le passage de la lumière tombant sur le miroir primaire.

- b.1. Où doit se situer l'image A'B' de la Lune après réflexion sur (\mathcal{M}_1), afin que le miroir sphérique convexe (\mathcal{M}_2), caractérisé par S_2 , C_2 et F_2 , en donne une image réelle A''B'' ?

- b.2.** Déterminer la position du foyer image F' , de l'association des miroirs (\mathcal{M}_1) et (\mathcal{M}_2), en exprimant $\overline{S_2F'}$ en fonction de R_1 , R_2 et $d = \overline{S_2S_1}$.
- b.3.** Exprimer le grandissement transversal γ de l'objet $A'B'$ à travers le miroir (\mathcal{M}_2) en fonction de R_1 , R_2 et $d = \overline{S_2S_1}$.
- b.4.** Calculer $\overline{S_2F'}$, γ et la dimension finale de l'image $A''B''$ pour : $|R_1| = 60$ cm ; $|R_2| = 40$ cm et $|d| = 18$ cm.
- b.5.** Quelle serait la distance focale image f_L d'une unique lentille mince qui donnerait de la Lune la même image $A''B''$? Commenter.

III. ETUDE DE LENTILLES MINCES

Les lentilles minces étudiées seront utilisées dans l'approximation de Gauss.

1. Caractère convergent ou divergent d'une lentille mince.

a. Formes des lentilles sphériques minces.

Parmi les lentilles (l_1) à (l_6) représentées sur la Figure 7, indiquer dans cet ordre : la lentille biconcave, la lentille ménisque convergent et la lentille plan concave.

b. Observation d'un objet éloigné.

On vise un objet placé à grande distance en plaçant l'œil loin d'une lentille (l_7). Nous voyons une image inversée de l'objet. La lentille (l_7) est-elle convergente ou divergente ? Justifier votre réponse.

c. Déplacement transversal.

On place un objet réel de telle sorte que son image, vue à travers une lentille (l_8), soit droite. En déplaçant (l_8) transversalement à son axe optique, on constate que l'image de l'objet se déplace dans le même sens que la lentille. La lentille (l_8) est-elle convergente ou divergente ? Justifier votre réponse.

2. Relations de conjugaison et de grandissement.

a. Relation de conjugaison de Newton.

Reproduire et compléter le tracé des rayons BI et BFJ de la Figure 8 pour l'obtention de l'image $A'B'$ de AB. (Foyer objet : F)

Exprimer le grandissement transversal $\Gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ respectivement en fonction de \overline{FA} et \overline{OF}

puis de $\overline{F'A'}$ et $\overline{OF'}$. (Foyer image : F')

En déduire la relation de conjugaison de Newton.

b. Relation de conjugaison de Descartes.

En prenant le centre O comme origine, montrer que la relation de conjugaison de Newton conduit, après transformation (relation de Chasles) de \overline{FA} et $\overline{F'A'}$, à une relation entre les grandeurs algébriques \overline{OA} , $\overline{OA'}$ et $\overline{OF'}$ dite relation de conjugaison de Descartes.

Exprimer le grandissement Γ en fonction de \overline{OA} et $\overline{OA'}$.

3. Correspondance objet-image pour des lentilles minces convergente et divergente.

a. Construction géométrique de l'image $A'B'$ d'un objet AB transverse.

Reproduire et construire l'image $A'B'$ de AB à l'aide de deux rayons issus du point B pour les lentilles minces suivantes :

- a.1. Lentille (L_1), de centre optique O_1 et de foyers objet F_1 et image F'_1 (Figure 9).
- a.2. Lentille (L_2), de centre optique O_2 et de foyers objet F_2 et image F'_2 (Figure 10).

b. Position de l'image A'B' et grandissement transversal.

Donner la nature et la position de l'image A'B' d'un objet AB ainsi que le grandissement transversal Γ pour les lentilles (L_3) et (L_4) suivantes :

- b.1. La lentille (L_3) est convergente, de distance focale image +30 cm. Le positionnement de AB est tel que $\overline{O_3A} = 15$ cm. La position de A' sera donnée par la valeur de $\overline{F'_3A'}$.
- b.2. La lentille (L_4) est divergente, de distance focale image -30 cm. Le positionnement de AB est tel que $\overline{AF'_4} = 20$ cm. La position de A' sera donnée par la valeur de $\overline{O_4A'}$.

4. Système réfracteur : la lunette de Galilée.

Une lunette de Galilée comprend :

- un objectif assimilable à une lentille mince (\mathcal{L}_1), de centre O_1 et de vergence $V_1 = 5$ dioptries,
- un oculaire assimilable à une lentille mince (\mathcal{L}_2), de centre O_2 et de vergence $V_2 = -20$ dioptries.

a. Déterminer la nature et les valeurs des distances focales images f'_1 et f'_2 des lentilles.

b. La lunette est du type « afocal » :

- b.1. Préciser la position relative des deux lentilles, la valeur de la distance $d = \overline{O_1O_2}$ et l'intérêt d'une lunette afocale.
- b.2. Dessiner, dans les conditions de Gauss, la marche d'un rayon lumineux incident, issu d'un point objet à l'infini, faisant un angle θ avec l'axe optique et émergeant sous l'angle θ' .
- b.3. En déduire le grossissement (ou grandissement angulaire) de cette lunette en fonction des angles θ et θ' , puis des distances focales f'_1 et f'_2 . Valeur du grossissement ?

c. Un astronome amateur utilise cette lunette, normalement adaptée à la vision d'objets terrestres, pour observer deux cratères lunaires : Copernic (diamètre : 96 km) et Clavius (diamètre : 240 km). **Rappel** : Distance Terre – Lune : $D_{TL} = 384\,000$ km.

c.1. L'astronome voit-il ces deux cratères lunaires :

- à l'œil nu ? (Acuité visuelle : 3×10^{-4} rad)
- à l'aide de cette lunette ? Justifier vos réponses.

c.2. La planète Vénus, de 12 150 km de diamètre, occultera Jupiter (de diamètre 145 800 km) le 22 novembre 2065.

Notre astronome amateur (qui sera certainement confirmé), pourra-t-il observer à l'œil nu ou à l'aide de sa lunette le disque jovien occulté par Vénus ? Dans cette configuration, la distance Terre-Vénus sera $D_{TV} = 45 \times 10^6$ km.

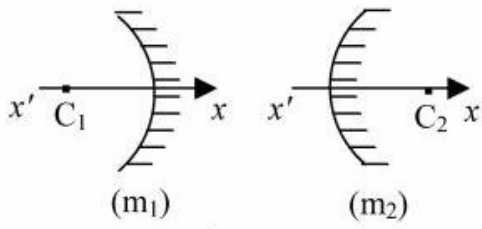


Figure 1

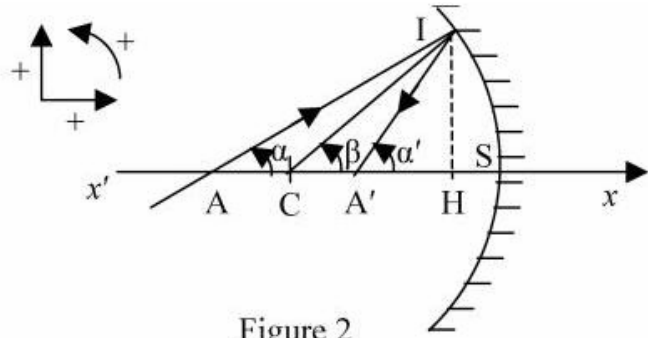


Figure 2

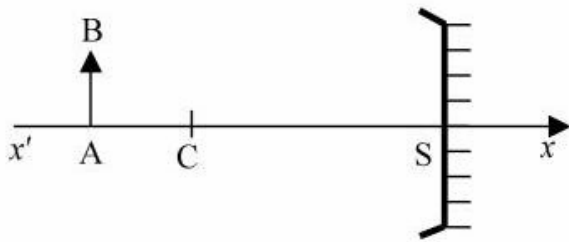


Figure 3

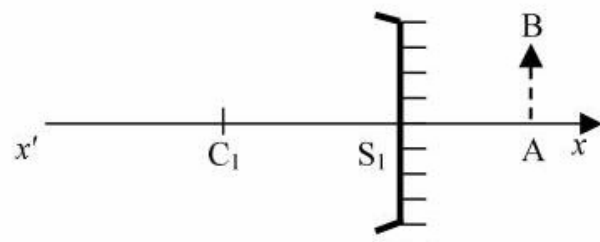


Figure 4

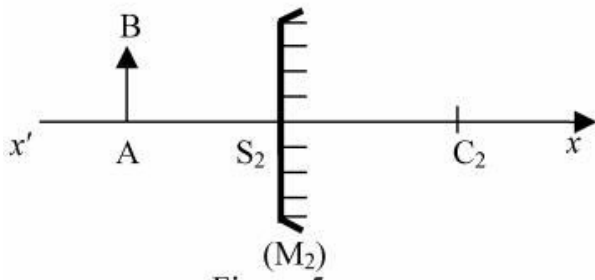


Figure 5

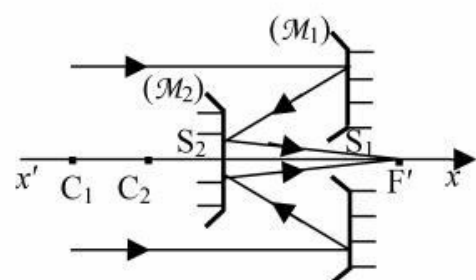


Figure 6

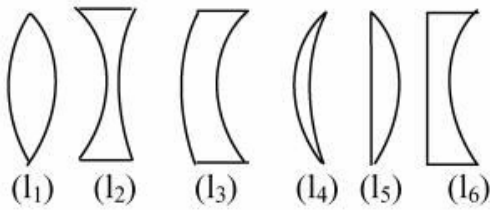


Figure 7

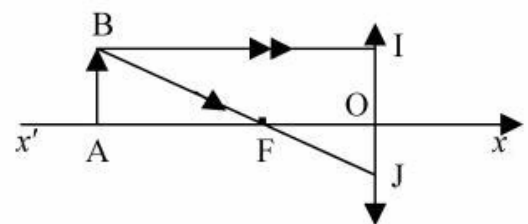


Figure 8

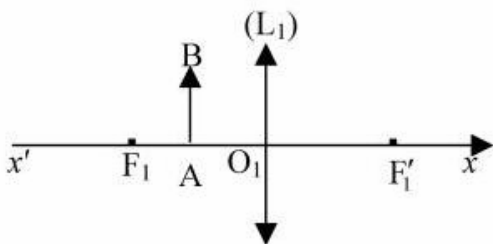


Figure 9

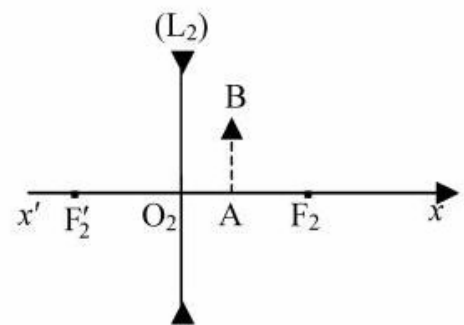


Figure 10