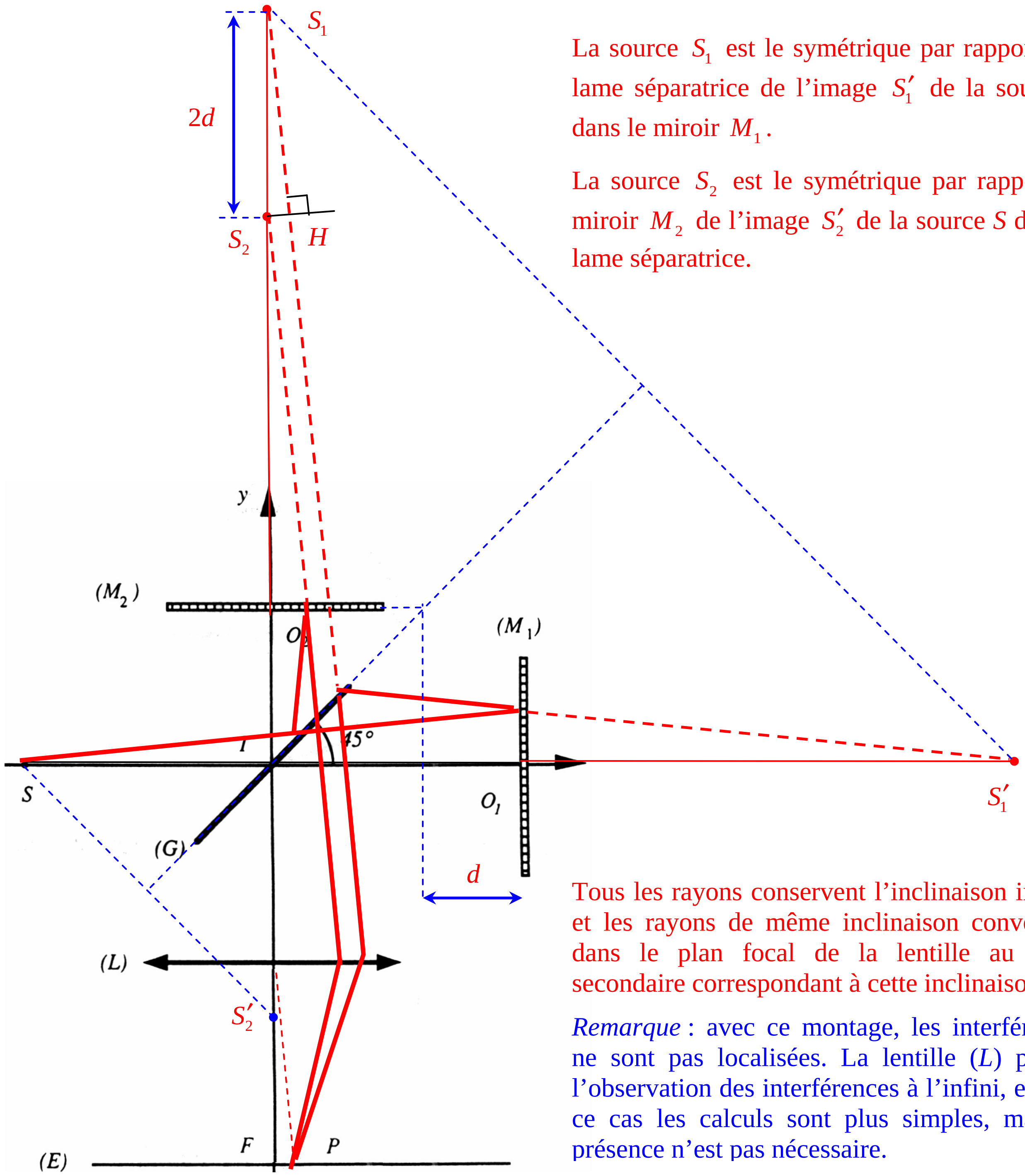
Optique ondulatoire

Concours commun polytechnique MP 1997

I. Interféromètre de Michelson

1.a/ Montrer qu'on obtient en un point P de l'écran des interférences entre deux ondes issues de deux sources cohérentes S_1 et S_2.



La source S_1 est le symétrique par rapport à la lame séparatrice de l'image S_1' de la source S dans le miroir M_1.

La source S_2 est le symétrique par rapport au miroir M_2 de l'image S_2' de la source S dans la lame séparatrice.

Tous les rayons conservent l'inclinaison initiale et les rayons de même inclinaison convergent dans le plan focal de la lentille au foyer secondaire correspondant à cette inclinaison.

Remarque : avec ce montage, les interférences ne sont pas localisées. La lentille (L) permet l'observation des interférences à l'infini, et dans ce cas les calculs sont plus simples, mais sa présence n'est pas nécessaire.

1.b/ Montrer que la figure d'interférences est constituée d'anneaux. Le système équivalent est invariant par rotation autour de l'axe S_1S_2F. Nous observerons donc sur l'écran (E) des anneaux d'interférences centrés au foyer F de la lentille (L).

1.c/ Calculer la différence de chemin optique en *P*.

Introduisons le point *H* projeté orthogonal de S_2 sur le rayon issu de S_1. La différence de marche est alors égale à la distance S_1H. La distance S_1S_2 étant égale à $2d$, nous en déduisons :

$$\delta = 2d\cos i \approx 2d\left(1-\frac{i^2}{2}\right)$$

1.d/ Calculer l'ordre d'interférence. Par définition $p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2d}{\lambda_0}\cos i = \frac{2d}{\lambda_0}\left(1-\frac{i^2}{2}\right) = p_0\left(1-\frac{i^2}{2}\right)$ avec $p_0 = \frac{2d}{\lambda_0}$, ordre au centre.

Le rayon du énième anneau brillant correspond à un ordre entier. Comme l'ordre décroît quand on s'éloigne du centre, le premier anneau brillant a pour ordre la partie entière $k_1 = p_0 - \varepsilon$ de l'ordre au centre p_0, ε représentant la partie (l'excédent) fractionnaire de l'ordre au centre et le énième anneau brillant a pour ordre $k_n = p_0 - \varepsilon + 1 - n$ et l'inclinaison i_n est alors telle que $k_n = p_0\left(1-\frac{i_n^2}{2}\right)$

Pour les faibles inclinaisons, le rayon r_n est proportionnel à l'inclinaison : $r_n = f\, i_n$

Finalement :
$$r_n = f\sqrt{2\,\frac{n-1+\varepsilon}{p_0}}$$

1.e/ Décrire le phénomène observé dans le cas $d = 0$ (Contact optique)

Dans le cas du contact optique, nous observons un éclairement uniforme de l'écran quatre fois plus important que lorsque la lumière n'arrive sur l'écran que par l'une des voies. Le système est extrêmement sensible et la moindre vibration de l'environnement est perceptible.

2.a/ Rotation du miroir M_2. Figure représentant les sources S_1 et S_2.

La source S_1 est le symétrique par rapport à la lame séparatrice de l'image S_1' de la source *S* dans le miroir M_1. La source S_2 est le symétrique par rapport au miroir M_2 de l'image S_2' de la source *S* dans la lame séparatrice (*cf.* figure page suivante). Les sources S_1 et S_2 sont alignées parallèlement à l'axe O*x*. Sur un écran placé perpendiculairement à l'axe O*y*, et donc parallèle aux sources, on observera des franges d'interférences correspondant à une paire de trous d'Young placés en S_1 et S_2, la différence de marche ne dépendant que de *x*.

2.b/ On fait varier l'angle θ.

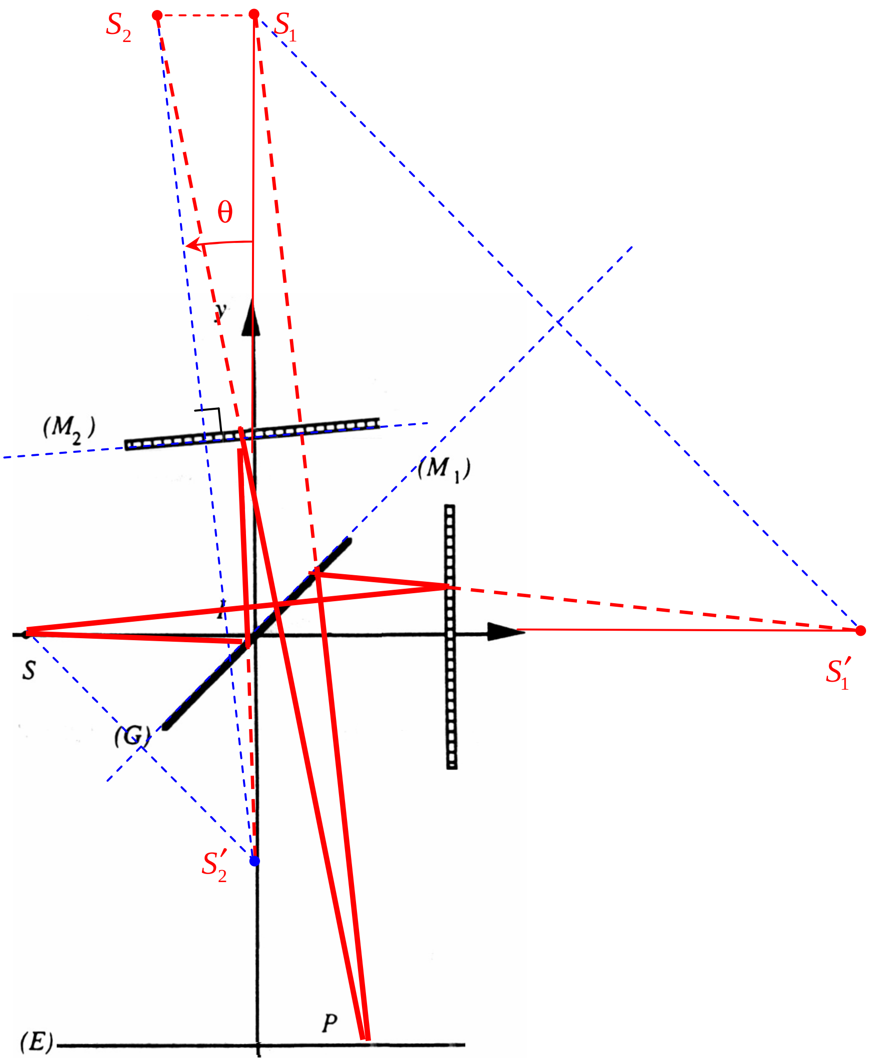
Faire varier l'angle θ revient à changer l'écartement des sources. Si l'angle θ diminue, la distance entre les sources diminue et l'interfrange augmente.

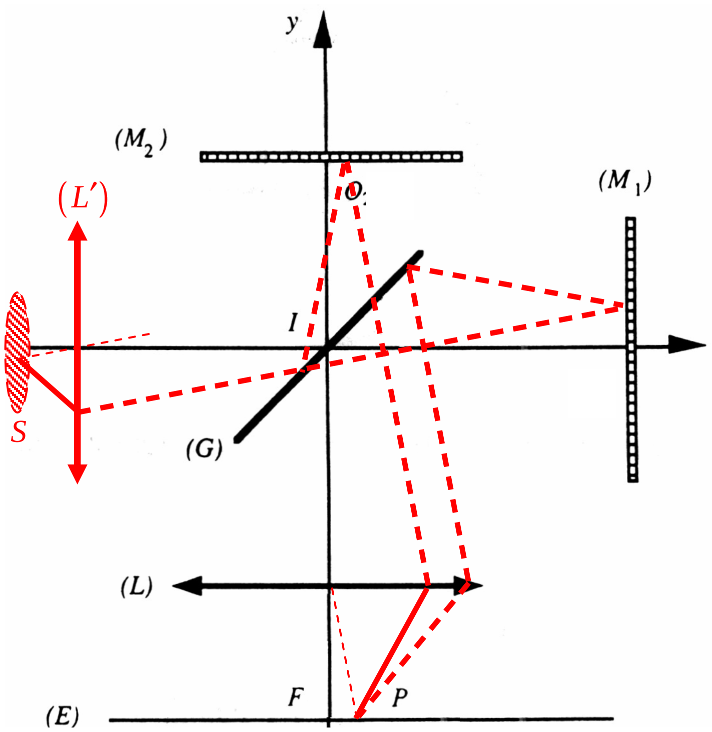
Si $\theta = 0$, les deux sources sont confondues et interfèrent constructivement, on se retrouve au contact optique et on observe un éclairement uniforme de l'écran.

3/ Source étendue.

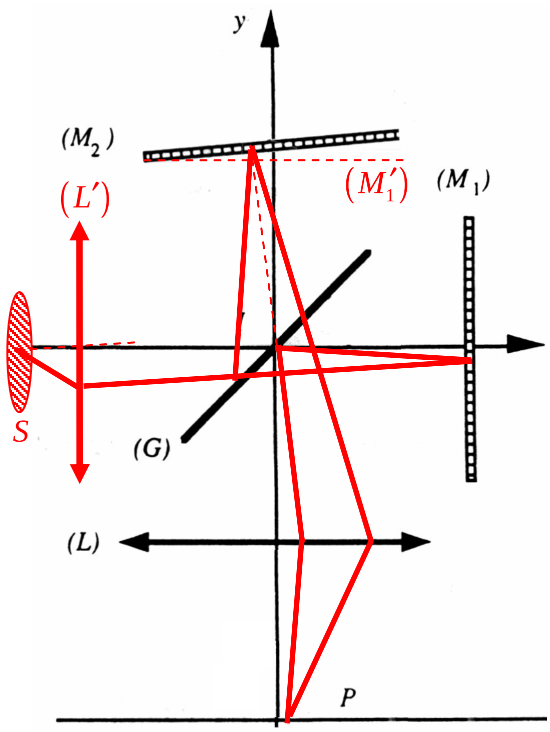
Dans le cas d'une source étendue, seuls interfèrent les rayons issus d'un même point de la source. Plaçons la lentille (L') de telle sorte que la source soit dans son plan focal objet.

Si les miroirs sont disposés en lame à faces parallèles, les interférences sont **localisées à l'infini** et on les observe, en forme d'anneaux, dans le plan focal de la lentille (L).





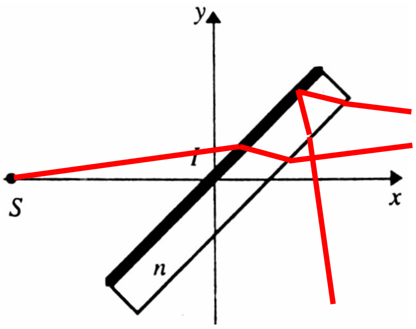
Anneaux d'égale inclinaison

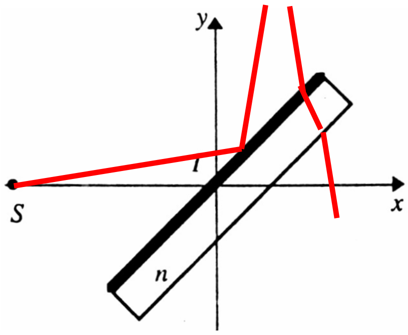


Franges d'égale épaisseur

Si les miroirs sont disposés en coin d'air, les interférences sont virtuelles et **localisées sur les miroirs**. On les observe, en forme de franges rectilignes, dans le plan conjugué de l'image (M_1') du miroir (M_1) dans le dispositif séparateur. Il faut alors disposer la lentille (L) de telle sorte que (M_1') et l'écran (E) soient conjugués.

4.a/ Montrer que la différence de marche est modifiée.



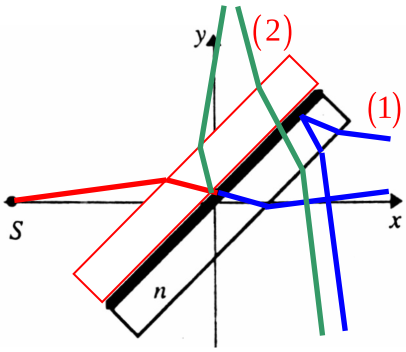


Le rayon qui traverse la lame de verre en direction du miroir (M_1) doit traverser la lame deux autres fois avant de se trouver dans le champ d'interférences, tandis que le rayon qui se réfléchit immédiatement en direction du miroir (M_2) ne traverse la lame qu'une seule fois. À la traversée de la lame, la lumière prend du retard et la différence de marche δ s'en trouve modifiée.

4.b/ Dispositif compensateur.

Remarque : avez-vous été troublés par le concept de « rectangle isocèle » évoqué dans l'énoncé ? J'imagine mal un rectangle qui ne serait pas isocèle…

En disposant une deuxième lame identique à la première de telle sorte que la face argentée soit entre les deux lames, les rayons (1) et (2) subissent chacun, à partir de la séparation d'amplitude, trois traversées de la lame sous les mêmes inclinaisons.



II. Application à la mesure de distances

1.a/ Calculer le déphasage et l'éclairement en *F*.

Le déphasage ϕ en F a pour valeur $\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}$, avec $\delta = 2d$, soit : $\phi = \frac{4\pi d}{\lambda_0}$.

En négligeant toute perte d'énergie à la réflexion et à la transmission, $\mathcal{E}_0/2$ est l'éclairement que l'on aurait en F s'il n'y avait qu'un miroir, ce qui correspond à des amplitudes $\underline{\mathcal{A}}_1 = \sqrt{\mathcal{E}_0/2}$ et $\underline{\mathcal{A}}_2 = e^{i\phi}\sqrt{\mathcal{E}_0/2}$, soit une amplitude complexe résultante $\underline{\mathcal{A}} = \underline{\mathcal{A}}_1 + \underline{\mathcal{A}}_2 = (1+e^{i\phi})\sqrt{\mathcal{E}_0/2}$ et finalement un éclairement en F :

$$\mathcal{E} = |\underline{\mathcal{A}}|^2 = \mathcal{E}_0(1+\cos\phi)$$

1.b/ Exprimer la distance d en fonction de $\mathcal{E}_r$ et λ_0.

$\mathcal{E}_r = 1 + \cos\dfrac{4\pi d}{\lambda_0}$. Nous en déduisons : $d = \pm\dfrac{\lambda_0}{4\pi}\arccos\left(\mathcal{E}_r - 1\right) + k\dfrac{\lambda_0}{2}$.

La mesure de $\mathcal{E}_r$ ne suffit donc pas pour en déduire la distance *d*.

2.a/ La longueur d'onde subit une faible variation.

$\phi = \dfrac{2\pi\delta}{\lambda_0} \Rightarrow d\phi = -\dfrac{2\pi\delta}{\lambda_0^2}d\lambda$ et par conséquent : $\left|\Delta\phi\right| = \dfrac{2\pi\delta}{\lambda_0^2}\Delta\lambda = \dfrac{2\pi\delta}{\Lambda}$ avec $\Lambda = \dfrac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$

Λ est homogène à une longueur.

2.b/ Défilement des franges.

$\left|\Delta\phi\right| = \dfrac{2\pi\delta}{\lambda_0^2}\Delta\lambda = \dfrac{4\pi d}{\Lambda} = 2\pi N \Rightarrow N = \dfrac{2d}{\Lambda}$

2.c/ Application numérique :

1°) La fréquence de l'émission diminue de 100 GHz.

$\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \dfrac{\Delta\nu}{\nu_0} = \dfrac{\lambda_0}{c}\Delta\nu \Rightarrow \Delta\lambda = \dfrac{\lambda_0^2}{c}\Delta\nu = 0,200 \text{ nm}$ et $\Lambda = \dfrac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = \dfrac{c}{\Delta\nu} = 3,00 \text{ mm}$

2°) On compte 322 franges brillantes, après quoi l'éclairement reste nul.

Autant dire que 322,5 interfranges ont défilé. Nous sommes précisément dans le cas : $\Lambda = 3,00$ mm et nous mesurons donc : $d = \dfrac{N\Lambda}{2} = \dfrac{322,5\times 3,00}{2} = 483,75 \text{ mm}$