Troisième problème : Thermodynamique

CONCOURS COMMUN 1999

DES ÉCOLES DES MINES

D'ALBI, ALÈS, DOUAI, NANTES

Au sein des noyaux lourds (à grand nombre de nucléons), la matière nucléaire (protons et neutrons) se comporte comme un fluide pour lequel on peut définir des variables d'état macroscopiques, comme la pression P, le volume V et la température T par exemple.

Un modèle très simple d'équation d'état de la matière nucléaire est celui d'un fluide de Van der Waals.

Le but de cette partie est d'étudier les propriétés d'un fluide régi par l'équation d'état de Van der Waals afin d'appliquer, de manière très rudimentaire, cette équation à la matière nucléaire.

L'équation d'état d'une mole de fluide étudié est de la forme :

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$$

où P désigne la pression du fluide, V son volume et T sa température ; R est la constante des gaz parfaits ($R = 8{,}314\ J.K^{-1}$).

a et b sont deux constantes phénoménologiques caractéristiques du fluide étudié :

$$a = 2{,}5.10^{-1}\ SI \quad ; \quad b = 3{,}2.10^{-5}\ SI$$

L'énergie interne d'une mole de fluide est : $U(T,V)=C_v T-\frac{a}{V}$

où C_v est la capacité calorifique molaire à volume constant du fluide, qui sera considérée comme étant constante dans toute la suite du problème.

II-2-1 : Déterminer les unités de a et de b dans le système d'unités international.

II-2-2 : Quelle est l'interprétation physique de b ? On assimile les particules de fluide à des sphères de rayon r. Donner un ordre de grandeur de r. On rappelle que le nombre d'Avogadro vaut $N = 6{,}02.10^{23}\ mol^{-1}$.

II-2-3 : Montrer que la fonction entropie d'une mole de fluide S(T,V) s'écrit, en fonction des variables T et V, sous la forme :

$$S(T,V)=C_v \ln T + R\ln(V-b)+cste$$

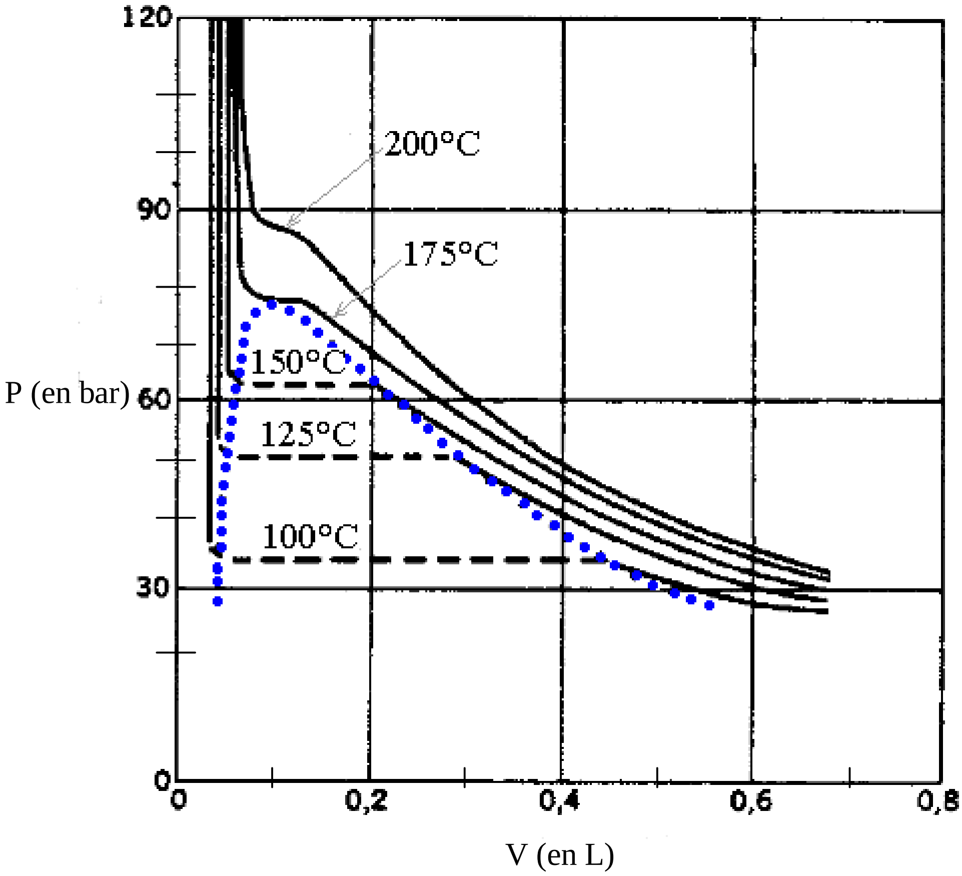
II-2-4 : On réalise une transformation adiabatique réversible conduisant une mole de fluide de l'état ($T_0 = 300$ K, $V_0 = 20.10^{-3}\ m^3 =$ 20 L) à l'état (T_1, $2V_0$).

Déterminer T_1 en fonction de T_0, V_0, b, R et C_V.

On mesure expérimentalement $T_1 = 230$ K ; en déduire numériquement la capacité calorifique molaire C_v du fluide. Quelle est, *a priori*, la structure moléculaire des particules du fluide étudié ?

Déterminer le travail reçu par le fluide lors de cette transformation, en fonction de T_0, T_1, V_0, a et C_v. Faire l'application numérique.

II-2-5 : La figure ci-dessous donne un ensemble de courbes expérimentales, appelées isothermes d'Andrews, représentant la pression P d'une mole de fluide (P est exprimée en bar, avec 1 bar = 10^5 Pa) en fonction du volume V occupé (V est en litre, L), pour différentes températures en °C :



Comment s'appelle la courbe tracée en pointillés sur la figure ci-dessus ?

Déterminer les coordonnées (P_c,V_c) du point critique C. Donner, en quelques mots, les propriétés physiques de ce point.

Préciser l'état physique du fluide et calculer, après les avoir définis, les titres molaires x_v et x_ℓ de la vapeur et du liquide dans les trois cas suivants :

- — le fluide occupe un volume égal à 0,6 L à une température de 110°C.
- — le fluide est placé sous une pression de 110 bars à une température de 200°C.
- — le fluide occupe un volume de 0,2 L à une température de 125°C.

Que vaut le volume molaire de la vapeur saturante sèche à la pression de 40 bars ?