Deuxième problème : thermodynamique

Extrait du concours commun polytechnique (concours national Deug 2005)

Partie B : Thermodynamique

I. Étude énergétique des transformations

1) Nature de la transformation II :

Le compresseur étant parfaitement calorifugé, la compression (II) est donc adiabatique. De plus, la compression est décrite comme réversible. Il s'agit donc d'une compression adiabatique réversible ou encore, cela revient au même, isentropique.

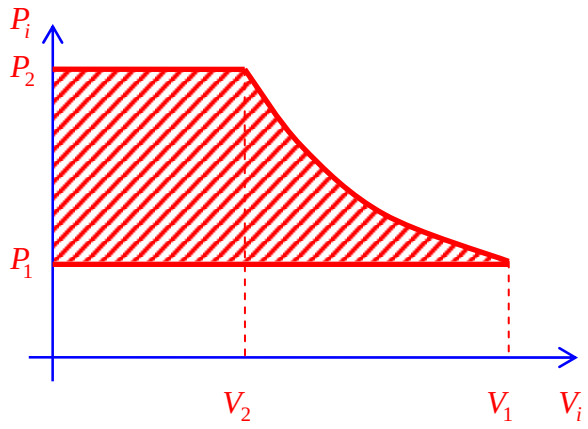
2) Diagramme (V_i, P_i).

Étape (I). L'admission se fait à pression constante. $P_i = P_1$ et V_i varie de 0 à V_1

Étape (II). La compression adiabatique réversible suit la loi de Laplace : $P_i V_i^\gamma = P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$.

Application numérique : $\dfrac{V_2}{V_1} = \left(\dfrac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 0,46$

Étape (III). Le refoulement se fait à pression constante $P_i = P_2$ et V_i varie de V_2 à 0.



3) Travail reçu au niveau du piston.

Étape (I). $W_{\mathrm{I}} = -P_1 V_1 = -\dfrac{m}{M} R T_1$. C'est le gaz qui travaille pour refouler l'atmosphère, de l'autre côté du piston.

Étape (II). La transformation étant adiabatique, il n'y a pas de transfert thermique et donc le premier principe de la thermodynamique appliqué à cette étape s'écrit :

$$W_{\mathrm{II}} = \Delta U = \frac{m}{M} c_{v,m} (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1).$$

Étape (III). $W_{\mathrm{III}} = +P_2 V_2 = +\dfrac{m}{M} R T_2$. Cette fois c'est le gaz qui est refoulé et reçoit un travail positif.

4) Représentation graphique du travail

$W = W_{\mathrm{I}} + W_{\mathrm{II}} + W_{\mathrm{III}}$. Ce travail reçu, positif, correspond à l'aire hachurée sur le diagramme de la question 2.

5) Travail massique w reçu

$$w = \frac{W}{m} = \frac{W_{\mathrm{I}} + W_{\mathrm{II}} + W_{\mathrm{III}}}{m} = \frac{R}{M}(T_2 - T_1) + \frac{c_{v,m}}{M}(T_2 - T_1) = \frac{R + c_{v,m}}{M}(T_2 - T_1)$$

6) Montrer que w représente la variation d'une fonction d'état.

Le gaz parfait obéit à la relation de Mayer $c_{p,m} - c_{v,m} = R$ et le travail massique s'écrit donc :

$$w = \frac{c_{p,m}}{M}(T_2 - T_1) = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)M}(T_2 - T_1) = \Delta h$$

Le travail massique w reçu par le gaz dans cette transformation s'identifie à la variation d'enthalpie massique du gaz.

7) Expression de la température T_2. $T_2 = T_1 \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

8) *Application numérique* : $T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 300 \times (3)^{\frac{0,4}{1,4}} = 411 \text{ K}$

$$w = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)M}(T_2 - T_1) = \frac{1,4 \times 8.31}{0.4 \times 29 \times 10^{-3}} \times (411 - 300) = 111 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

9) Variation de l'entropie massique.

Nous avons affaire à une évolution adiabatique et réversible, donc isentropique : $\Delta s = 0$

Note : le calcul suivant vérifie l'affirmation précédente.

L'entropie massique est une fonction d'état. Pour un gaz parfait : $s = s_0 + \frac{c_{p,m}}{M} \ln \frac{T}{T_0} - \frac{R}{M} \ln \frac{P}{P_0}$

Et donc ici : $\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)M} \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{R}{M} \ln \frac{P_2}{P_1} = \frac{R}{M}\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_2}{T_1} - \ln \frac{P_2}{P_1}\right)$

Soit : $\Delta s = \frac{R}{M}\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \ln \frac{P_2}{P_1}\right) = 0$

II. Compresseurs et détendeurs

1) Existe-t-il des compresseurs isenthalpiques calorifugés ?

Si le compresseur est calorifugé, alors la transformation subie par le gaz est adiabatique. Un tel compresseur peut exister, mais il ne saurait en aucun cas avoir un fonctionnement réversible. En effet, si le fonctionnement est réversible, alors la compression est isentropique et ne peut être simultanément isenthalpique.

Si la compression est isenthalpique, s'agissant d'un gaz parfait cela implique qu'il n'y ait pas de variation de température ce qui implique, pour une telle compression : $\Delta s = -\frac{R}{M} \ln \frac{P_2}{P_1} < 0$.

L'échange d'entropie est nul et la variation d'entropie se réduit à la création d'entropie due à l'irréversalité, c'est-à-dire, en application du second principe de la thermodynamique, $\Delta s > 0$.

Nous sommes face à une contradiction : il ne peut donc pas exister de compresseur isenthalpique.

2) Détendeur à paroi poreuse.

Ce détendeur réalise un détente de Joule-Thomson, irréversible et isenthalpique. La variation d'entropie massique est alors égale à $\Delta s = +\frac{R}{M} \ln \frac{P_2}{P_1} > 0$.