

# THERMODYNAMIQUE DU CORPS PUR

## Chapitre 4

### Machines thermiques

*Il s'agit ici d'un chapitre de révisions des éléments de thermodynamique déjà étudiés en première année dans le cadre d'applications principalement orientées vers l'étude du gaz parfait.*

*L'application des principes de la thermodynamique aux systèmes réels n'est pas une chose simple. La complexité des machines réelles, les interactions multiples entre phénomènes divers, font que les modèles décrivant ces machines, pour être abordables à ce niveau d'étude, sont souvent extrêmement simplifiés, pour ne pas dire simplistes. L'extraordinaire clarté de la théorie thermodynamique se manifeste ainsi : en peu de mots, en peu de calculs, il nous sera possible de faire une description sommaire de certaines machines qui fasse apparaître l'essentiel de leurs propriétés, de leur fonction.*

#### 4.1. Étude générales des cycles dithermes

On appelle *machine ditherme* un dispositif thermodynamique fonctionnant de façon cyclique en échangeant de l'énergie avec le milieu extérieur sous forme de travail d'une part, sous forme de chaleur d'autre part, par contact avec deux thermostats. Il s'agit donc de machines idéales puisqu'il n'existe pas réellement de thermostats. L'étude de ces machines dithermes va nous permettre cependant de comprendre certains principes concernant le fonctionnement des machines thermiques en général.

##### Diagramme de Raveau

Du point de vue énergétique, un cycle ditherme est entièrement caractérisé par la connaissance des chaleurs  $Q_{\text{ch}}$  et  $Q_{\text{fr}}$  respectivement reçues de la source chaude de température  $T_{\text{ch}}$  et de la source froide de température  $T_{\text{fr}} < T_{\text{ch}}$ . En effet, s'agissant d'un cycle, l'énergie interne est invariante et l'on a :

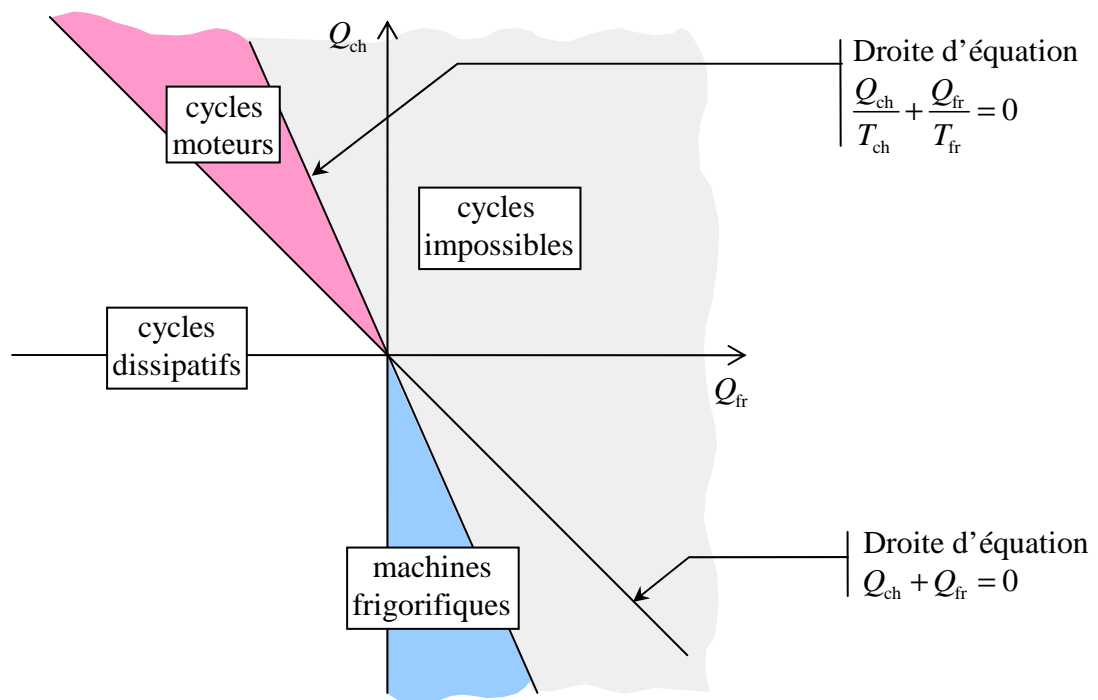
$$\Delta U = W + Q_{\text{ch}} + Q_{\text{fr}} = 0$$

Nous allons représenter ces différents cycles dans un diagramme plan en portant  $Q_{\text{fr}}$  en abscisse et  $Q_{\text{ch}}$  en ordonnée. Dès lors, la seconde bissectrice d'équation  $Q_{\text{ch}} + Q_{\text{fr}} = 0$  sépare le plan en deux demi-plans correspondant pour la partie supérieure aux cycles moteurs ( $W < 0$ ) et pour la partie inférieure aux cycles récepteurs ( $W > 0$ ).

Les cycles réels obéissent nécessairement à l'*inégalité de Clausius* qui est, en la circonstance, la traduction directe du second principe de la thermodynamique. La variation d'entropie est nulle pour un cycle, donc l'entropie échangée est négative :

$$\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{irr}} = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{\text{éch}} = \frac{Q_{\text{ch}}}{T_{\text{ch}}} + \frac{Q_{\text{fr}}}{T_{\text{fr}}} < 0$$

La droite d'équation  $\frac{Q_{\text{ch}}}{T_{\text{ch}}} + \frac{Q_{\text{fr}}}{T_{\text{fr}}} = 0$ , correspondant aux cas limites des cycles réversibles, sépare le plan  $(Q_{\text{fr}}, Q_{\text{ch}})$  en deux demi-plans. Les cycles réels sont situés « en dessous » de cette droite, tous les autres cas correspondent à des cycles qui n'existent pas pour raison d'incompatibilité avec le second principe de la thermodynamique : il s'agirait de mouvements perpétuels de seconde espèce.



Parmi les cycles possibles, on trouve les cycles dissipatifs qui sont de deux types :

- le système reçoit de l'énergie sous forme de travail ( $W = -Q_{\text{ch}} - Q_{\text{fr}} > 0$ ) et la cède aux thermostats sous forme de chaleur ( $Q_{\text{ch}} < 0$  et  $Q_{\text{fr}} < 0$ ).
- le système reçoit de l'énergie sous forme de travail d'une part ( $W = -Q_{\text{ch}} - Q_{\text{fr}} > 0$ ), sous forme de chaleur de la source chaude d'autre part ( $Q_{\text{ch}} > 0$ ), et restitue l'ensemble sous forme de chaleur à la source froide.

Dans chacun de ces deux cas, il n'est pas nécessaire de réaliser une machine pour arriver à un tel bilan de transfert d'énergie. Ces transferts se font spontanément par *dissipation*, c'est-à-dire par intervention de frottements pour transformer le travail en chaleur et transfert thermique par contact pour faire « descendre » la chaleur de la source chaude vers la source froide.

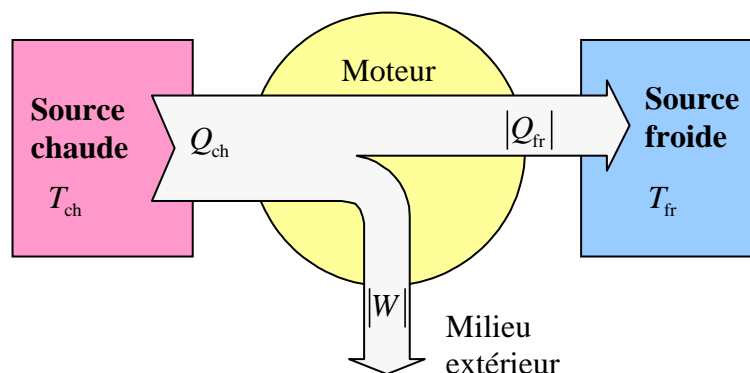
Le diagramme de Raveau fait apparaître deux configurations intéressantes :

- Il est possible théoriquement de réaliser un cycle ditherme moteur, pourvu que le système (dans ce cas, il s'agira effectivement d'une « machine ») reçoive davantage d'énergie sous forme de chaleur de la source chaude qu'il n'en cède à la source froide. Nous parlerons alors de *moteur thermique*.
- Il est possible théoriquement de réaliser un cycle ditherme dont le bilan revient à faire remonter de l'énergie sous forme de chaleur de la source froide vers la source chaude, pourvu que le système (que l'on qualifiera alors de *machine frigorifique*) reçoive suffisamment d'énergie sous forme de travail.

### Moteurs thermiques dithermes

Le schéma suivant décrit les transferts d'énergie réalisés par une machine thermique ditherme fonctionnant selon un cycle moteur. La source chaude — ou chaudière — fournit au moteur une énergie  $Q_{ch}$  qui est partiellement transformée en énergie mécanique fournie au milieu extérieur sous forme de travail  $|W|$ .

Du point de vue de l'effet recherché, qui est la production d'énergie sous forme de travail, la chaleur  $|Q_{fr}|$  reçue par la source froide — il s'agira souvent de l'atmosphère — est tout simplement « perdue ». Dans certains cas cependant, on recherchera à utiliser partiellement cette énergie, mais il ne s'agira plus alors à proprement parler de moteurs dithermes. Notons également que le réchauffement du milieu extérieur, s'il n'est pas un effet recherché, peut être particulièrement nuisible. C'est le cas, par exemple, pour les centrales électriques thermiques, nucléaires ou non, dont la propension à réchauffer l'environnement est un effet secondaire le plus souvent nuisible.



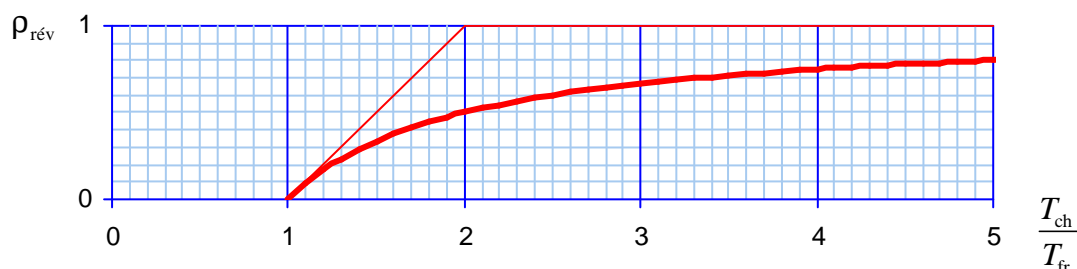
Pour une telle machine nous pouvons définir un rendement énergétique  $\rho$  égal au quotient — toujours inférieur à l'unité — de l'énergie fournie au milieu extérieur sous forme de travail (que l'on souhaite voir la plus grande possible) par l'énergie cédée par la source chaude sous forme de chaleur (que l'on souhaite minimiser).

$$\rho = \frac{|W|}{Q_{ch}} = - \frac{W}{Q_{ch}} = 1 + \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}} = 1 - \frac{|Q_{fr}|}{Q_{ch}}$$

Compte tenu de l'inégalité de Clausius, nous savons exprimer un majorant du rendement :

$$\rho < \rho_{rév} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$$

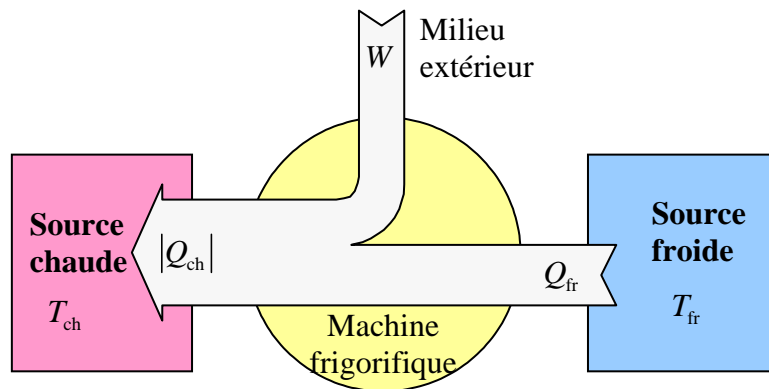
Comme l'avait bien vu Sadi Carnot, l'efficacité des machine motrices à vapeur est directement liée à la différence de température entre la chaudière — source chaude — et le condenseur — source froide. Le rendement optimal  $\rho_{rév}$  est obtenu dans le cas idéal d'un fonctionnement réversible. Le graphe suivant traduit précisément les variations du rendement optimal avec le rapport des températures :



Concrètement, il existe toujours de nombreuses raisons qui font que le rendement réel d'une machine thermique ditherme est inférieur à cette valeur optimale. Il existera toujours dans les moteurs réels au moins des frottements qui, par l'intervention de phénomènes dissipatifs, ont pour effet de réduire le rendement.

### Machines frigorifiques dithermes

Le schéma ci-dessous décrit les transferts d'énergie réalisés par une machine thermique ditherme fonctionnant selon un cycle frigorifique. Le milieu extérieur fournit de l'énergie sous forme de travail, grâce auquel de l'énergie peut être transférée sous forme de chaleur de la source froide vers la source chaude.



Les machines frigorifiques peuvent être intéressantes de deux points de vue différents : les réfrigérateurs d'une part, les pompes à chaleur d'autre part.

#### Les réfrigérateurs

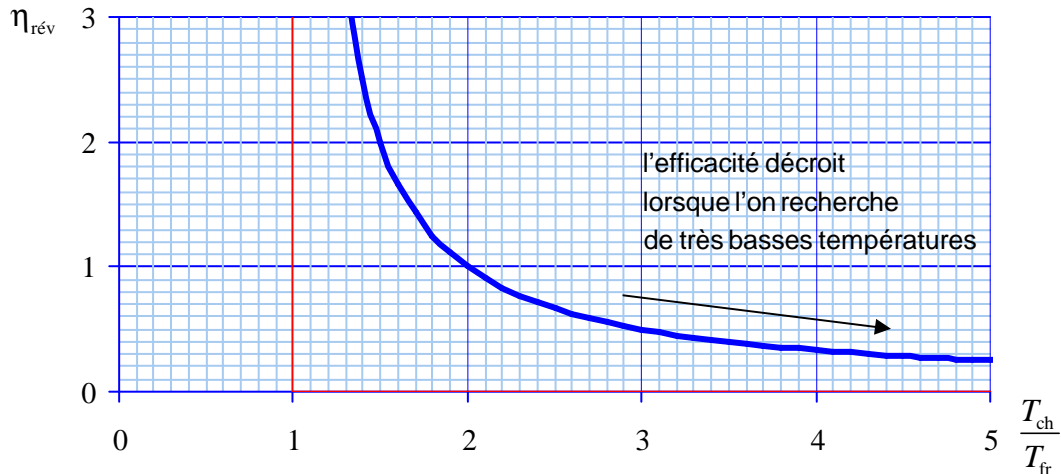
L'intérêt de telles machines frigorifiques est de maintenir la source froide à une température constante, malgré l'existence de fuites thermiques. L'efficacité d'un réfrigérateur est caractérisée par l'aptitude de la machine frigorifique à compenser les fuites thermiques de la source froide en fournissant pour cela le minimum de travail. Nous pouvons précisément définir une *efficacité énergétique*  $\eta$  comme le rapport de l'énergie  $Q_{fr}$  extraite de la source froide (que l'on souhaite voir la plus grande possible) sur l'énergie  $W$  fournie par le milieu extérieur (que l'on souhaite minimiser) :

$$\eta = \frac{Q_{fr}}{W} = \frac{Q_{fr}}{-Q_{ch} - Q_{fr}} = \frac{1}{\frac{|Q_{ch}|}{Q_{fr}} - 1}$$

Compte tenu de l'inégalité de Clausius, nous savons exprimer un majorant de l'efficacité :

$$\eta < \eta_{rév} = \frac{1}{\frac{T_{ch}}{T_{fr}} - 1}$$

Nous pouvons constater que l'efficacité d'un réfrigérateur peut prendre toutes les valeurs positives, y compris des valeurs très importantes (et même tendre vers l'infini dans le cas idéal du fonctionnement réversible) lorsque la différence de température est minime. Lorsque l'on réfléchit bien, cela n'a rien d'étonnant : il ne s'agit ici, en aucun cas, d'un rendement. En effet, si la différence de température est minime, les fuites thermiques que l'on se propose de compenser pour maintenir la température basse de la source froide, sont également minimes. On peut remarquer que le réfrigérateur est malheureusement d'autant moins « efficace » que l'on recherche des basses températures.



Par contre, l'efficacité d'un réfrigérateur, même idéal, va toujours tendre vers zéro si la température de la source froide décroît indéfiniment : nous en déduisons qu'il est impossible d'atteindre le zéro absolu de température ; une machine frigorifique, même idéale, devrait pour cela fournir une énergie infinie.

*Remarque 1 :* dans le cas des réfrigérateurs ménagers, le milieu extérieur se confond avec la source chaude. La chaleur reçue de la source froide venant en compensation des fuites thermiques, il apparaît que le bilan énergétique pour l'extérieur du réfrigérateur consiste à transformer du travail en chaleur : lorsque le réfrigérateur est en fonctionnement, la température de la source chaude — c'est-à-dire de la pièce où il se trouve — tend à augmenter.

*Remarque 2 :* un climatiseur, dispositif destiné à maintenir dans une pièce une température fraîche tandis que dehors il fait plutôt chaud, est un réfrigérateur du point de vue de la thermodynamique. Tous les raisonnements développés ci-dessus s'appliquent à ce cas de figure, si l'on n'oublie pas que, dans ce cas, l'observateur humain est à l'intérieur de la source froide et que la source chaude est à l'extérieur de la pièce.

**Les pompes à chaleur**

L'intérêt de telles machines frigorifiques est cette fois de maintenir la source chaude à une température constante, malgré l'existence de fuites thermiques, en recherchant une meilleure efficacité que la simple dissipation d'énergie. L'objectif idéal serait en quelque sorte de réchauffer l'intérieur d'une maison, tandis que dehors il fait froid, en faisant en sorte qu'il fasse encore plus froid à l'extérieur. La théorie nous montre qu'il est possible, si l'on dispose d'énergie mécanique (ou électrique) de « pomper » de l'énergie sous forme de chaleur à une source froide. L'énergie ainsi récoltée vient alors s'ajouter au travail pour réchauffer la source chaude. L'efficacité d'une pompe à chaleur sera caractérisée par l'aptitude de la machine frigorifique à compenser les fuites thermiques de la source chaude en fournissant pour cela le minimum de travail.

Nous pouvons précisément définir une efficacité énergétique  $\eta$  comme le rapport de l'énergie  $|Q_{ch}|$  fournie à la source chaude (que l'on souhaite voir la plus grande possible) sur l'énergie  $W$  fournie sous forme de travail par le milieu extérieur (que l'on souhaite minimiser) :

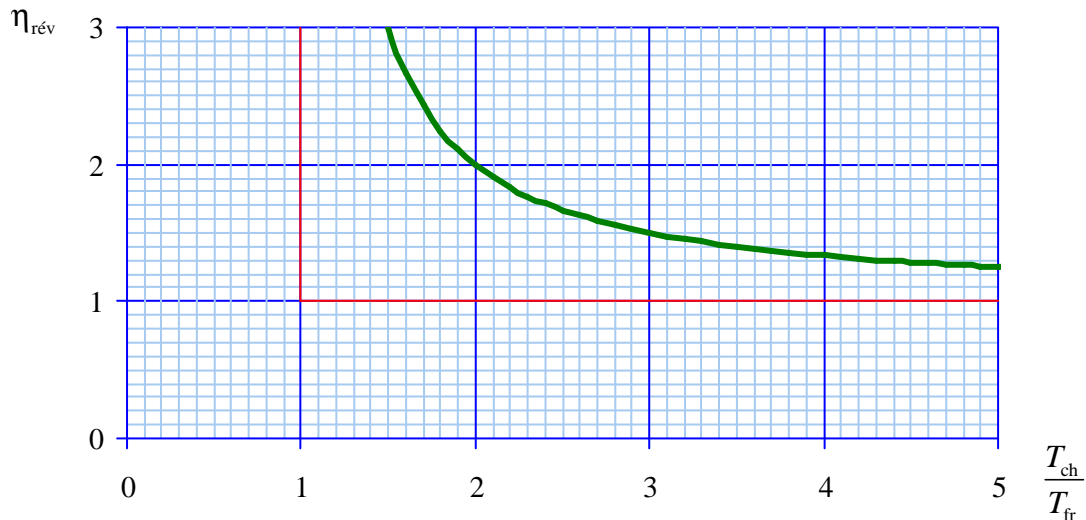
$$\eta = \frac{|Q_{ch}|}{W} = \frac{|Q_{ch}|}{|Q_{ch}| - Q_{fr}} = \frac{1}{1 - \frac{Q_{fr}}{|Q_{ch}|}}$$

Remarquons que cette efficacité est, par définition, toujours supérieure à un. En effet, il ne s'agit en aucun cas d'un rendement : le rendement unité pour la transformation d'un travail en chaleur est très facile à obtenir, aucune machine n'est nécessaire pour cela. L'efficacité de la pompe à chaleur rend compte précisément de l'amélioration que l'on apporte en utilisant une machine thermique adéquate.

Compte tenu de l'inégalité de Clausius, nous savons exprimer un majorant de l'efficacité :

$$\eta < \eta_{\text{rév}} = \frac{1}{1 - \frac{T_{\text{fr}}}{T_{\text{ch}}}}$$

La courbe suivante représente les variations de l'efficacité optimale d'une pompe à chaleur, en fonction du rapport des températures intérieure  $T_{\text{ch}}$  et extérieure  $T_{\text{fr}}$ .



Nous constatons qu'à l'instar des réfrigérateurs, les pompes à chaleur ont une efficacité d'autant moins satisfaisante que l'écart de température entre l'intérieur et l'extérieur est important : les pompes à chaleur sont d'autant moins efficaces que l'on en a réellement besoin.

Toutefois, si l'on se place dans des conditions réalistes en pays de climat tempéré, pour une température de confort souhaitée à l'intérieur d'une maison de  $18^{\circ}\text{C}$ , soit  $T_{\text{ch}} = 291 \text{ K}$ , nous trouvons des efficacités tout à fait intéressantes, même pour des températures extérieures extrêmes. Par exemple, pour une température extérieure de  $-10^{\circ}\text{C}$ , soit  $T_{\text{fr}} = 263 \text{ K}$ , nous trouvons  $\eta_{\text{rév}} = 10,4$ .

On peut se demander dès lors pourquoi de tels dispositifs ne sont pas systématiquement utilisés. Bien sûr, le rendement d'une machine réelle est très inférieur au rendement d'une machine idéale fonctionnant dans les conditions d'une parfaite réversibilité, mais surtout, nous n'avons pas tenu compte, dans notre analyse, du coût de fabrication et d'entretien de la machine thermique elle-même : il faudrait en tenir compte pour définir une rentabilité économique.

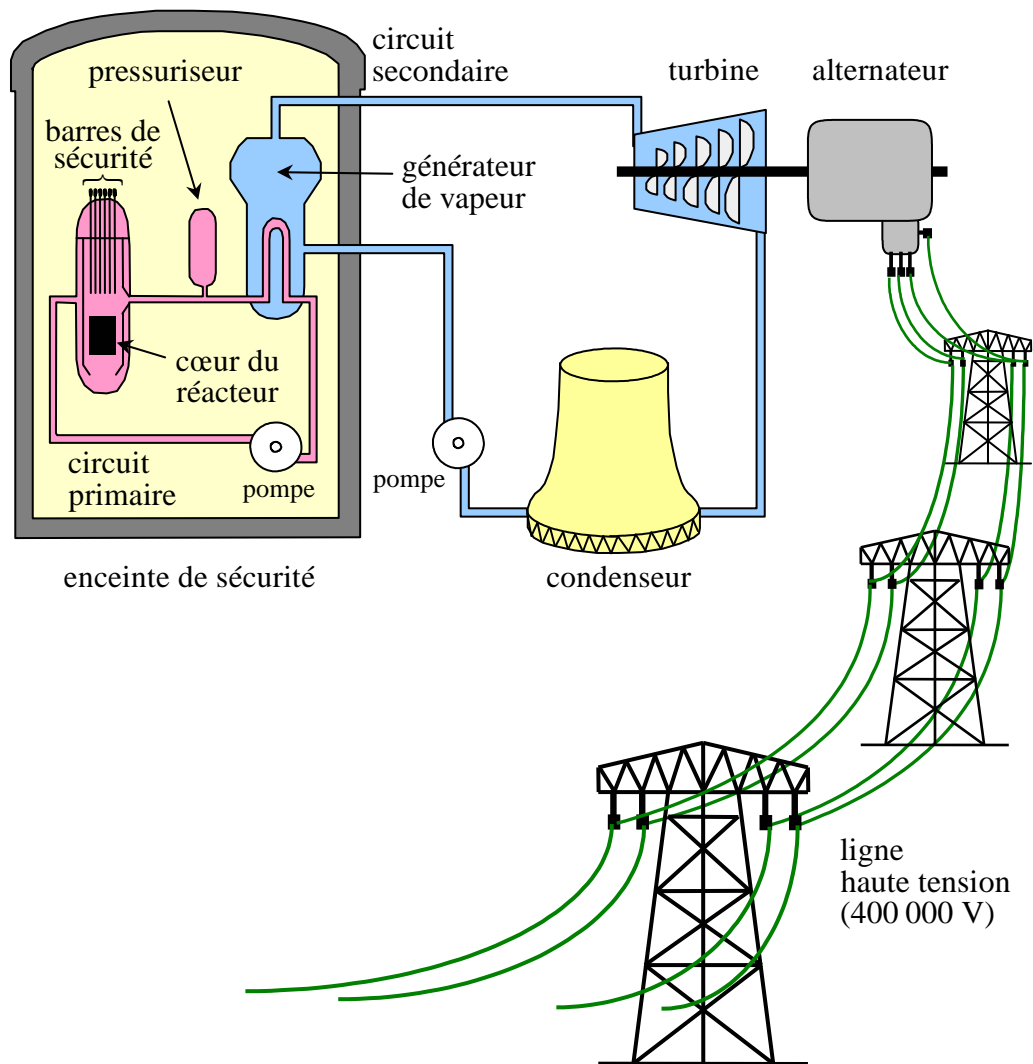
## 4.2. Centrale nucléaire à eau pressurisée

### Principe de fonctionnement

Les centrales nucléaires ont pour fonction de « produire de l'électricité ». Du point de vue thermodynamique, il s'agit d'énormes machines à vapeur dont la chaudière est maintenue à température élevée grâce aux réactions nucléaires qui se produisent au cœur des réacteurs. Dans un réacteur à eau pressurisée — REP —, le combustible nucléaire est de l'uranium enrichi à 3 % en isotope 235 — au lieu de 0,7 % dans l'uranium naturel —, et l'énergie est colportée à l'extérieur du réacteur par un circuit d'eau chaude sous très forte pression (plus de 150 bars), que l'on appelle *circuit primaire*.

Cette énergie est transmise sous forme de chaleur à un circuit fluide secondaire d'eau naturelle au niveau d'un vaporisateur situé dans l'enceinte de protection de la centrale. La vapeur ainsi produite est utilisée pour faire tourner des turbines ; plusieurs turbines sont disposées en cascade.

Les turbines sont couplées avec un alternateur produisant une puissance électrique sur le réseau EDF de très haute tension.

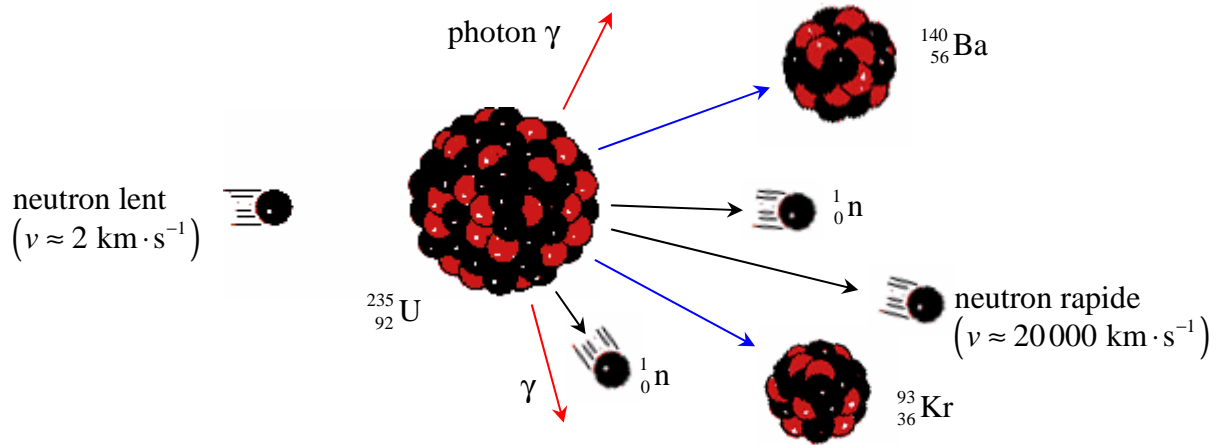


Une trentaine de centrales REP de neuf cent mégawatts et plus d'une vingtaine de centrales de mille trois cent mégawatts sont en service en France en ce début de vingt et unième siècle. Nous allons examiner de plus près la chaîne de transformation de l'énergie dans ces centrales.

## L'énergie nucléaire

La réaction nucléaire utile dans la filière REP est la réaction de fission de l'uranium 235 provoquée par l'impact d'un neutron. La réaction de fission produit deux noyaux plus légers, plus un certain nombre (en moyenne 2,5) de neutrons de haute énergie. Ces neutrons, s'ils sont ralentis, provoquent à leur tour d'autres réactions de fission : ainsi, il se produit une réaction en chaîne dont la divergence peut être maîtrisée en enfonçant plus ou moins les barres de contrôle dans le cœur du réacteur.

En effet, ces barres ont un effet inhibiteur en absorbant les neutrons produits par la réaction de fission. Elles ont un rôle double de régulation et de sécurité : le fait de laisser tomber, par gravitation, les barres absorbantes dans le cœur du réacteur provoque l'arrêt immédiat des réactions en chaîne.

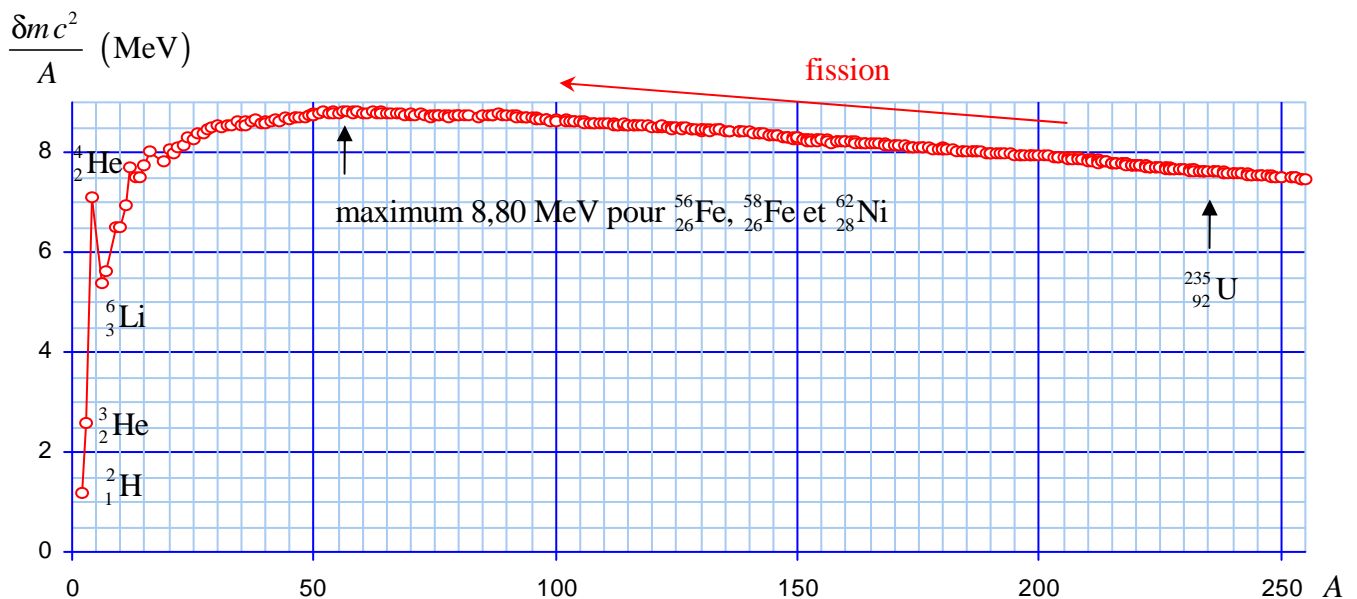


Le bilan énergétique exothermique de la réaction de fission résulte du fait que l'énergie de liaison par nucléon est moindre dans le noyau d'uranium 235 que dans les noyaux légers produits par la fission. L'énergie de liaison est mesurable par observation du défaut de masse du noyau, différence entre la masse des nucléons libres et la masse du noyau formé, la relation entre masse et énergie étant donnée par la relation d'Einstein  $\mathcal{E} = mc^2$ , où  $c$  est la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide.  $m_p$  étant la masse du proton,  $m_n$  étant la masse du neutron, les énergies de masse correspondantes ont des valeurs voisines — le neutron est légèrement plus massif que le proton.

$$m_p \approx m_n \approx 1,5 \times 10^{-10} \text{ J} \approx 0,94 \times 10^9 \text{ eV} \approx 940 \text{ MeV}$$

Il est possible, par différentes méthodes, de mesurer la masse des nucléides. Notamment par la spectrographie de masse, méthode consistant à dévier des faisceaux d'ions par l'action conjuguée de champs électriques et magnétiques. Il existe ainsi des tables des masses atomiques des différents nucléides. À partir de ces valeurs, on accède à la masse du noyau, en retranchant la masse du cortège des électrons — l'énergie de liaison électromagnétique des électrons au noyau est tout à fait négligeable. Pour un noyau de masse  $m_N$ , constitué de  $Z$  protons et de  $A - Z$  neutrons, le défaut de masse a pour expression :  $\delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_N$

Le graphe suivant représente les valeurs de l'énergie de liaison par nucléon  $\delta m c^2 / A$  en fonction du nombre de masse  $A$  pour l'ensemble des nucléides naturels et quelques nucléides artificiels.





Ce nuage de points, que l'on appelle parfois « courbe » *d'Aston*, fait apparaître que l'énergie de liaison par nucléon est généralement de l'ordre de grandeur de 8 MeV soit un peu moins de 1% de l'énergie de masse du nucléon.

La courbe *d'Aston* laisse prévoir deux types de réactions nucléaires exothermiques, c'est-à-dire libérant de l'énergie :

- les *réactions de fusion* : les noyaux légers ayant des énergies de liaison par nucléon bien inférieures à 8 MeV, la réunion de deux de ces noyaux libère de l'énergie. C'est une énergie de ce type, produite au cœur du Soleil, qui est transformée principalement en énergie rayonnante ultraviolette, visible et infrarouge, émise à la surface de l'étoile dans toutes les directions de l'espace.
- les *réactions de fission* : pour les noyaux lourds, l'énergie de liaison par nucléon est une fonction décroissante de  $A$ . Lorsqu'un noyau — d'uranium par exemple — se scinde en deux noyaux plus légers et quelques neutrons, la somme des masses des produits de la réaction est inférieure à la masse du noyau initial : il y a donc libération d'énergie. C'est une énergie de ce type qui est transformée en énergie électrique dans les centrales nucléaires.

Le plus souvent, ces réactions ne se réalisent pas spontanément. Elles nécessitent une énergie d'activation élevée.

L'énergie moyenne de liaison est de 7,5 MeV par nucléon dans le noyau d'uranium 235, alors qu'elle est comprise entre 8,3 et 8,6 MeV par nucléon pour les noyaux légers produits par la fission. Le défaut de masse correspond à un ordre de grandeur de 200 MeV pour l'énergie libérée par la fission d'un seul noyau d'uranium 235. Cette énergie correspond, pour un kilogramme d'uranium métallique enrichi à 3 % , à l'énergie produite par la combustion de plus de 55 tonnes de fuel !

## Structure du réacteur REP

### *Le cœur du réacteur*

Le combustible utilisé est de l'uranium enrichi à 3 %. Cela signifie que, par un traitement industriel adapté, la proportion de l'isotope  $^{235}_{92}\text{U}$  par rapport à l'isotope  $^{238}_{92}\text{U}$  — qui n'est que de 0,7 % dans l'uranium naturel — a été plus que quadruplée. L'uranium est préparé sous forme de petites pastilles d'oxyde  $\text{UO}_2$ . La masse totale de combustible est de l'ordre de cent tonnes dans les centrales de 1300 MW, renouvelée par tiers tous les ans.

### *Le circuit primaire*

L'énergie produite par les réactions de fission nucléaire est extraite du cœur du réacteur par un circuit primaire d'eau naturelle maintenue liquide — alors qu'elle est portée à plus de 320°C — grâce à un pressuriseur qui produit une pression supérieure à 150 bar.

Ce fluide primaire, directement irradié par son passage au cœur du réacteur ne doit absolument pas entrer en contact avec les installations industrielles lourdes qui constituent les parties mécaniques et électriques de la centrale. La maîtrise de la sécurité nucléaire consiste pour une grande part dans l'établissement de barrières d'isolation entre les différentes parties de la centrale. Ainsi le combustible est-il disposé dans des gaines dont l'étanchéité est très scrupuleusement testée ; le circuit primaire — cuve principale, pompes, pressuriseur, échangeurs — est lui-même entouré d'une enveloppe de sécurité et enfin, toute cette partie de la centrale, qui constitue le réacteur nucléaire à proprement parler, est enfermée dans une enceinte en béton précontraint de quatre vingt centimètres d'épaisseur.

### *Le circuit secondaire*

Le circuit secondaire des centrales nucléaires utilise pour fluide de l'eau naturelle, vaporisée vers 290°C au contact des tubes du générateur de vapeur parcourus par l'eau liquide sous très forte pression du circuit primaire.

Cette vapeur, portée à la pression de 70 bars, est utilisée pour faire tourner de gigantesques turbines. Pour les unités de 1300 mégawatts, la turbine est constituée d'un corps haute pression, suivi de trois corps basse pression disposés en cascade. La longueur totale de l'axe de la turbine est supérieure à 50 mètres. La vapeur d'eau doit être parfaitement sèche, c'est-à-dire exempte de toute condensation : d'éventuelles gouttelettes d'eau liquide endommageraient la turbine. Dans l'axe de la turbine se trouve un groupe alternateur transformant l'énergie mécanique en énergie électrique.

Enfin, la vapeur sous faible pression obtenue à la sortie des turbines doit être refroidie et condensée pour un recyclage permettant à nouveau sa pressurisation pour une mise en contact efficace avec les canalisations du circuit primaire dans le générateur de vapeur. Cette phase de condensation ne peut se faire que si l'on dispose d'une source froide. Il peut s'agir de circuits ouverts d'eau de mer ou de rivière, ou de circuits réfrigérants fermés utilisant des tours de réfrigération atmosphérique. Dans les centrales thermiques nucléaires, la température à la sortie du condenseur est de l'ordre de 30°C.

### Le rendement des centrales nucléaires

Considérons un cycle thermodynamique de la vapeur dans les centrales nucléaires se faisant entre les températures extrêmes de 290°C (soit  $T_{ch} = 563 \text{ K}$ ) à la sortie des générateurs de vapeur et 32°C (soit  $T_{fr} = 305 \text{ K}$ ) à la sortie des condenseurs. Le rendement théorique d'une machine de Carnot fonctionnant entre ces températures de façon idéalement réversible a pour valeur :

$$\rho_{rév} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}, \quad \text{soit } \rho_{rév} = 46 \%$$

Dans le cas des centrales nucléaires à eau pressurisée de 1300 MW, le rendement industriel réel annoncé par EDF est égal à 32 %.

## 4.3. Cycle Beau de Rochas

### Principe de fonctionnement

En 1862, *Alphonse Beau de Rochas* décrit le principe du moteur à quatre temps à combustion interne explosive. *Nikolaus Otto* construira en 1876 le premier moteur fonctionnant selon ce principe.

On se propose de modéliser le fonctionnement d'un moteur à quatre temps à combustion interne à explosion par le cycle quasi statique extrêmement idéalisé d'un gaz parfait.

#### Premier temps : admission et carburation

La position initiale correspond au volume minimal  $V_{min}$  du corps de piston. La soupape d'échappement est maintenue fermée et la soupape d'admission ouverte. La descente du piston provoque l'aspiration de l'air dans le corps de piston (c'est l'*admission*). De l'essence, en quantité plus ou moins importante selon la puissance que l'on veut donner au moteur, est mélangée à l'air durant cette phase d'admission (c'est la *carburation*).

#### Deuxième temps : compression et allumage

Dès que le piston est arrivé en bout de course, le volume ayant atteint sa valeur maximale  $V_{max}$ , la soupape d'admission se ferme et commence la phase réceptrice de *compression*.

Un peu avant que le piston ne soit revenu à sa position initiale, la combustion de l'essence par l'oxygène de l'air est provoquée en faisant éclater un arc électrique entre les électrodes de la bougie. L'étincelle permet l'activation de la réaction chimique de combustion. Cette réaction se développe selon une réaction en chaîne explosive qui provoque de façon quasi instantanée une forte élévation de la pression et de la température de la masse gazeuse : la phase motrice peut commencer.

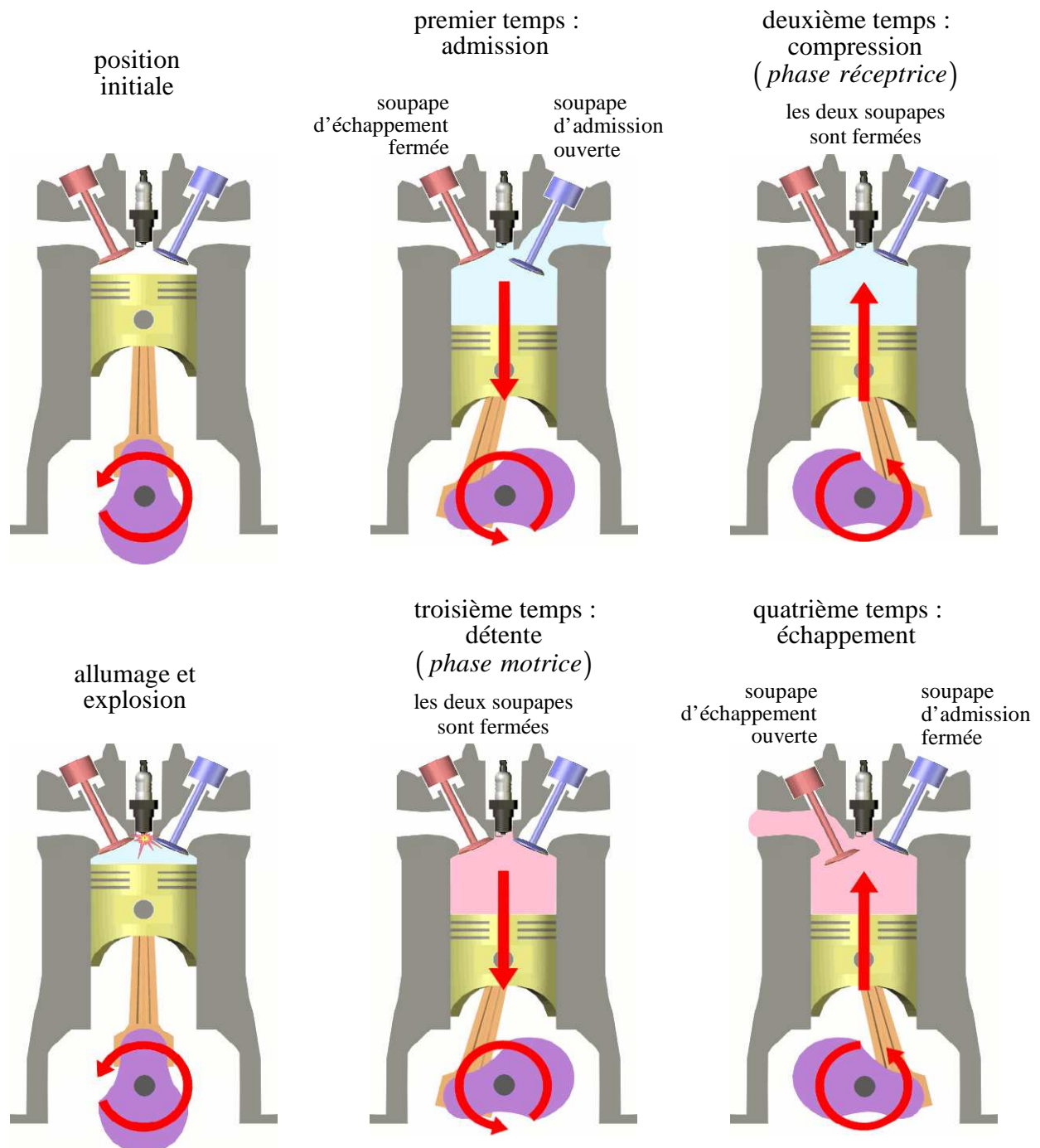
**Troisième temps : détente**

La détente du gaz permet la transmission d'une puissance mécanique sur l'arbre moteur. Une partie de cette puissance est utilisée pour assurer la compression du mélange tonnant dans un autre cylindre. Bien sûr, le gaz se refroidit au cours de cette détente mais en fin de course du piston, quand le volume gazeux atteint de nouveau  $V_{max}$ , leur température est encore bien supérieure à la température d'admission.

Ce potentiel thermodynamique peut être utilisé pour faire fonctionner un turbo compresseur : cela permet d'améliorer le rendement moteur.

**Quatrième temps : l'échappement**

Enfin, les gaz brûlés sont évacués : c'est le rôle de la soupape d'échappement qui est ouverte à cet effet. Lorsque le piston arrive de nouveau en bout de course, le cycle est terminé, un nouveau cycle commence : admission et carburation, compression et allumage, détente, échappement.



## Modélisation par un cycle réversible de gaz parfait

C'est bien sûr le modèle le plus simple que l'on puisse développer. Dans la réalité, les gaz ne sont pas parfaits et surtout le cycle n'est pas réversible. Nous allons faire l'hypothèse très naïve de considérer qu'une réaction chimique explosive est réversible : il ne faut donc pas attendre une grande précision d'un tel modèle qui n'a pour seule ambition que de faire apparaître les principes essentiels qui président au fonctionnement de ce moteur.

Les caractéristiques géométriques du piston définissent un rapport volumétrique  $a = \frac{V_{\max}}{V_{\min}}$

*Données :*  $V_{\max} = 1,2 \text{ L}$ ,  $V_{\min} = 0,2 \text{ L}$  et donc  $a = 6$

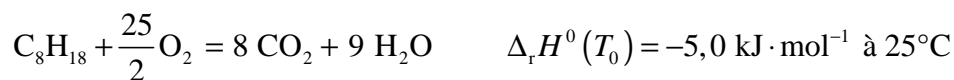
Nous allons considérer que le gaz est admis à la pression  $p_1 = 1,013 \text{ bar}$  présente à l'extérieur. Ce gaz se réchauffe immédiatement au contact des parois intérieures du cylindre et nous prendrons pour température initiale  $T_1 = 350 \text{ K}$ .

### Premier temps : admission et carburation

Dans ces conditions, la quantité de matière gazeuse admise a pour valeur :  $n = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = 0,042 \text{ mol}$

Cela comprend l'air ainsi que l'essence qui se trouve, à cette température, à l'état de vapeur.

L'essence pour automobiles est un mélange d'hydrocarbures créé lors du raffinage du pétrole et composé de différents produits<sup>1</sup> plus ou moins volatils. Pour rendre compte des propriétés énergétiques de ces carburants, on les modélise par un « hydrocarbure moyen » : l'octane  $\text{C}_8\text{H}_{18}$  dont la combustion stœchiométrique dans le dioxygène a pour équation bilan :



L'air est un mélange gazeux constitué principalement de 78 % de diazote, 21 % de dioxygène et près de 1 % d'argon. 12,5 moles de dioxygène correspondent par conséquent à 59,5 moles d'air, soit 60,5 moles de mélange stœchiométrique. Il est important que l'hydrocarbure soit le réactif limitant de la combustion, la quantité maximale d'essence que l'on peut apporter dans le cylindre est donc  $n_{\max} = 0,70 \text{ mmol}$ , ce qui, compte tenu de la masse molaire de l'octane, correspond à une masse  $m_{\max} = 80 \text{ mg}$ .

### Deuxième temps : la compression et l'allumage

Cela se passe si vite que nous pouvons faire l'hypothèse d'une *compression adiabatique* : les échanges thermiques entre le gaz et les parois métalliques du piston n'ont pas le temps de se faire. Nous nous plaçons délibérément dans l'hypothèse quasi statique et, le mélange gazeux {air + essence} étant considéré comme parfait, la compression adiabatique obéit à la loi de Laplace :  $pV^\gamma = C^{te}$ .

Nous en déduisons la pression  $p_2$  et la température  $T_2$  en fin de compression :

$$p_2 = a^\gamma p_1 \quad \text{et} \quad T_2 = a^{\gamma-1} T_1$$

*Applications numériques :* avec  $p_1 = 1,013 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 350 \text{ K}$ ,  $a = 6$  et  $\gamma = 1,4$  on trouve  $p_2 = 12,4 \text{ bar}$  et  $T_2 = 717 \text{ K}$

<sup>1</sup> Suivant les marques, on trouve : 30 à 45 % de benzène et autres hydrocarbures aromatiques, 30 à 45 % d'alcènes, hydrocarbures non saturés, 20 à 35 % d'alcanes, hydrocarbures saturés et 5 à 7 % de cycloalcanes, hydrocarbures saturés cycliques. À ces hydrocarbures on ajoute des additifs qui apportent des propriétés particulières : éthers, détergents, colorants etc.

Pour réaliser cette compression adiabatique, le moteur doit recevoir de l'énergie sous forme de travail mécanique avec, conformément au premier principe de la thermodynamique :

$$W_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{12} = nC_{v,m}(T_2 - T_1) = \frac{nRT_1}{\gamma - 1}(a^{\gamma-1} - 1) = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}(a^{\gamma-1} - 1)$$

*Applications numériques* : avec  $p_1 = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_1 = 1,2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ ,  $a = 6$  et  $\gamma = 1,4$  on trouve  $W_{1 \rightarrow 2} = +323 \text{ J}$

Dans un moteur réel, la combustion met un certain temps à se propager et, pour cette raison, l'allumage doit être déclenché un peu avant la fin de compression : c'est le réglage « d'avance à l'allumage ».

Dans le cas optimal d'un mélange tonnant stœchiométrique, la combustion explosive se faisant pratiquement à volume constant, produit une chaleur  $Q_{2 \rightarrow 3} = n_{\max} |\Delta_r U^0(T_2)|$ , avec  $\Delta_r U^0(T_2) = \Delta_r H^0(T_2) - RT_2 \Delta_r n$ .

*Applications numériques* : pour l'octane, la variation de la quantité de matière gazeuse a pour valeur  $\Delta_r n = 8 + 9 - 12,5 - 1 = 3,5$  et l'enthalpie molaire de combustion à 1000 K a pour valeur  $\Delta_r H^0(1000 \text{ K}) = -4,24 \text{ MJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  (d'après *Handbook of chemistry and physics*).

Cela donne :  $\Delta_r U^0(T_2) \approx -4,27 \text{ MJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  et, avec  $n_{\max} = 0,70 \text{ mmol}$ ,  $Q_{2 \rightarrow 3} = +2987 \text{ J}$ . Nous remarquons que, la différence relative entre  $\Delta_r H$  et  $\Delta_r U$  étant inférieure à 1 %, la variation de quantité de matière gazeuse n'a que très peu d'effet.

La température  $T_3$  atteinte par les produits de combustion peut être estimée en gardant pour la même valeur  $\gamma = 1,4$  pour le mélange gazeux après combustion et, dans le même esprit de simplification, en ne tenant pas compte de la variation de la quantité de matière gazeuse. Nous avons alors :

$$T_3 = T_2 + \frac{\gamma - 1}{nR} Q_{2 \rightarrow 3} \quad \text{et} \quad p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2}$$

*Applications numériques* :  $T_3 = 4112 \text{ K}$  et  $p_3 = 71,4 \text{ bar}$ .

Cette température semble beaucoup trop élevée, elle est bien supérieure à la température de fusion des alliages métalliques qui constituent le corps de piston. D'une part, le modèle exagère effectivement la température réellement atteinte par les gaz, mais surtout ces gaz ne sont en aucun cas en équilibre thermique avec les parois du piston !

### Troisième temps : détente

Nous allons considérer que la détente est également isentropique et obéit à une loi de Laplace d'un gaz parfait pour lequel  $\gamma = 1,4$ . Nous en déduisons la pression  $p_4$  et la température  $T_4$  en fin de détente :

$$p_4 = \frac{p_3}{a^\gamma} \quad \text{et} \quad T_4 = \frac{T_3}{a^{\gamma-1}}$$

Au cours de cette phase motrice, le moteur fournit du travail au milieu extérieur :

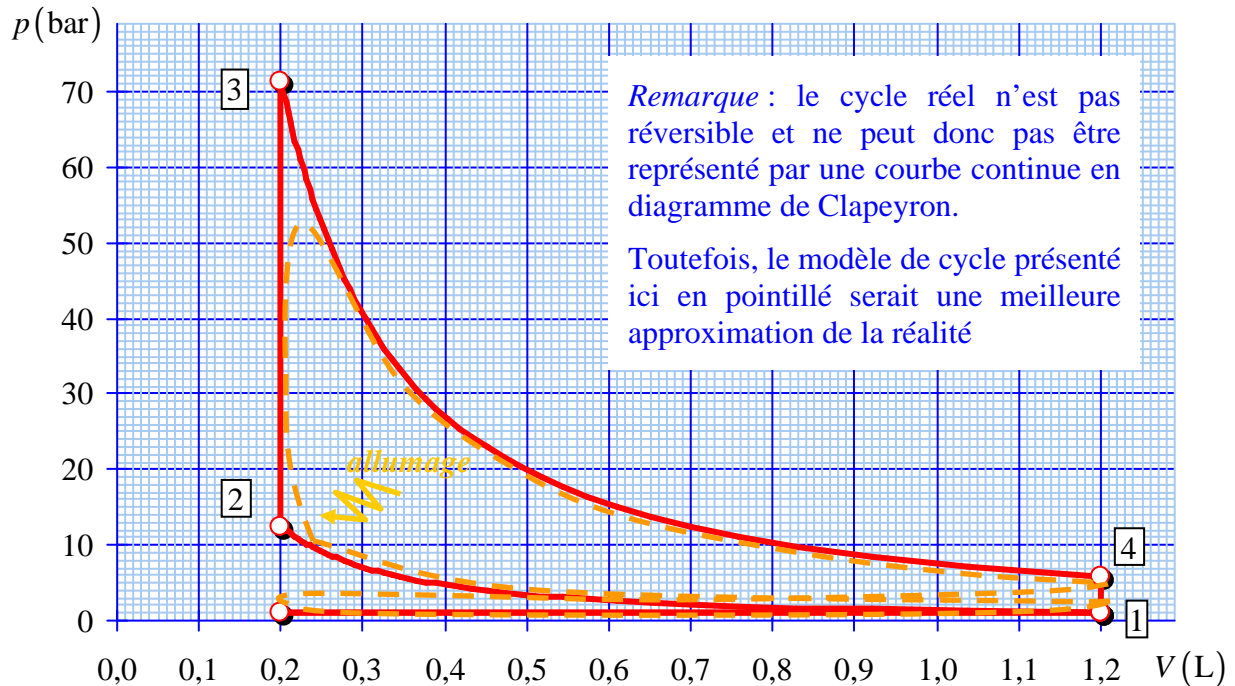
$$W_{3 \rightarrow 4} = \Delta U_{34} = - \frac{nR}{\gamma - 1} (T_3 - T_4) = - \left( \frac{nR}{\gamma - 1} a^{\gamma-1} T_1 + Q_{2 \rightarrow 3} \right) \left( 1 - \frac{1}{a^{\gamma-1}} \right)$$

*Applications numériques* :  $T_4 = 2008 \text{ K}$ ,  $p_4 = 5,81 \text{ bar}$  et  $W_{3 \rightarrow 4} = -1851 \text{ J}$

**Quatrième temps : l'échappement**

Nous admettrons, en idéalisant le modèle, que les gaz se refroidissent jusqu'à ce que la pression redevienne égale à la pression extérieure  $p_1$  avant d'être évacués. L'échappement ne nécessite alors aucun travail. En réalité, ce sont des gaz bien plus chauds qui sont évacués et il faut pour cela les pousser vers l'extérieur : la phase d'échappement consomme de une énergie mécanique que nous ignorons délibérément. C'est en ce sens que le modèle est idéalisé.

Le graphe suivant représente le cycle « Beau de Rochas » en coordonnées de Clapeyron.



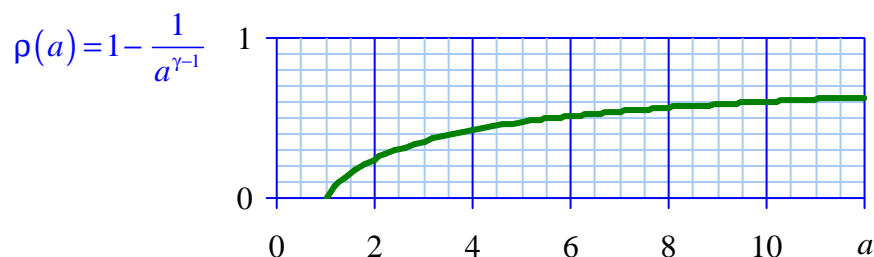
**Rendement énergétique**

Nous définissons le rendement énergétique comme le rapport du travail mécanique algébriquement fourni au milieu extérieur dans le cycle soit  $|W_{34}| - W_{12}$ , que l'on souhaite le plus grand possible, sur la chaleur  $Q_{23}$  dépensée lors de la combustion interne, que l'on souhaite la plus petite possible :

$$\rho = \frac{|W_{3 \rightarrow 4}| - W_{1 \rightarrow 2}}{Q_{2 \rightarrow 3}} = 1 - \frac{1}{a^{\gamma-1}}$$

*Application numérique* :  $\rho = 0,51$ . Cette valeur est très optimiste par rapport à un cycle réel de moteur à explosion.

*Remarque* : ce modèle de cycle, bien que très simpliste, fait apparaître que le rendement énergétique d'un tel moteur dépend essentiellement du rapport volumétrique : plus le rapport  $a$  est élevé, meilleur est le rendement. Il en est de même pour un moteur réel.



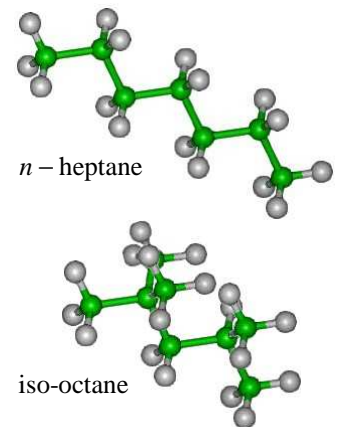


*Note* : l'un des problèmes technologiques majeurs du moteur à explosion est la propension des hydrocarbures à s'auto enflammer lors d'une compression en présence de dioxygène.

C'est le cas en particulier du *n*-heptane, alcane linéaire de formule chimique  $\text{H}_3\text{C}-(\text{CH}_2)_5-\text{CH}_3$ , dont la température d'auto inflammation est de 215 °C. Une essence qui serait constituée de 100 % de *n*-heptane serait tout à fait impropre car elle produirait un phénomène d'auto allumage à la moindre compression.

Par contre, l'*iso*-octane ou 2,2,4-triméthylpentane, alcane ramifié de formule chimique  $(\text{H}_3\text{C})_3\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}(\text{CH}_3)_2$ , a sa température d'auto inflammation à 418 °C, ce qui lui permet de supporter des compressions élevées. Une essence constituée de 100 % d'*iso*-octane peut être utilisée dans des moteurs fonctionnant avec des taux de compression très élevés.

Il existe une norme de qualification des essences pour automobiles définissant les taux de compression autorisés. Une essence est qualifiée d'un *indice d'octane* de 95 si elle se comporte aussi bien à la compression que le mélange de référence, étudié en laboratoire, constitué de 95 % d'*iso*-octane et 5 % de *n*-heptane.



## 4.4. Cycle Diesel

### Principe de fonctionnement d'un moteur suralimenté par turbocompresseur

En 1892, l'ingénieur allemand Rudolf Diesel dépose un brevet pour le principe d'un moteur à combustion interne par introduction progressive de fuel dans de l'air porté, par une forte compression, à une température supérieure au point d'auto inflammation du combustible. Aucun dispositif d'allumage n'est alors nécessaire et il est possible d'atteindre des taux de compression beaucoup plus importants, ce qui permet d'améliorer considérablement le rendement énergétique du moteur.

#### **Premier temps : admission turbocompressée**

La suralimentation consiste à introduire dans les chambres de combustion une plus grande quantité d'air en réalisant une aspiration doublée d'une compression. Lorsque cette compression initiale est réalisée grâce à un dispositif utilisant la force motrice des gaz d'échappement, on parle de moteur diesel suralimenté turbocompressé.

#### **Deuxième temps : compression**

Après cette admission, le cycle se poursuit par une compression très rapide et donc adiabatique dans un rapport volumétrique  $a = V_1/V_2$  qui peut être beaucoup plus important que dans le cas d'un moteur à explosion. En effet, il n'y a aucun risque d'autoallumage, puisque le combustible n'est introduit qu'une fois réalisée cette compression.

#### **Troisième temps : carburation et détente motrice**

Le fuel injecté dans la chambre de combustion subit une auto inflammation et l'on peut considérer que la pression est maintenue à sa valeur maximale pendant toute la phase de combustion. Le mouvement du piston se poursuit jusqu'au volume maximal par détente adiabatique des gaz brûlés.

#### **Quatrième temps : échappement**

Les gaz brûlés sont encore chauds et sous haute pression. Ceux-ci peuvent être utilisés pour faire tourner une turbine permettant la suralimentation du moteur.

## Modélisation simplifiée par un cycle de gaz parfait

### Premier temps : admission turbocompressée

Le piston, de volume  $V_1$ , est alimenté en début de cycle avec de l'air, initialement à la pression extérieure  $p_0$  et à la température  $T_0$ , comprimé à la pression  $p_1$  à l'aide d'un système turbocompresseur. L'air sera considéré comme un gaz parfait dont le rapport  $\gamma$  des capacités thermiques à pression constante et à volume constant est indépendant de la température.

Si l'on considère la compression isentropique, la température  $T_1$  atteinte par l'air admis dans le corps de piston a donc pour expression, conformément à la loi de Laplace :

$$T_1 = T_0 \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

La quantité d'air introduite a pour expression  $n = p_1 V_1 / RT_1$  et le travail nécessaire pour réaliser cette compression a pour valeur  $W_{0 \rightarrow 1} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_0) = \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right)$

*Données :*  $V_1 = 4,5 \text{ L}$  ;  $T_0 = 293 \text{ K}$  ;  $p_0 = 1,0 \text{ bar}$  ;  $p_1 = 1,5 \text{ bar}$  ;  $\gamma = 1,40$  et  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

*Applications numériques :*  $T_1 = 329 \text{ K}$  ;  $n = 0,247 \text{ mol}$  ;  $W_{0 \rightarrow 1} = 185 \text{ J}$ .

### Deuxième temps : compression

La compression adiabatique sera supposée quasi statique, caractérisée par un rapport volumétrique  $a = V_1 / V_2$ . Nous sommes donc dans les conditions d'application de la loi de Laplace. La pression et la température en fin de compression ont pour valeur :

$$p_2 = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = p_1 a^\gamma \quad \text{et} \quad T_2 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 a^{\gamma-1}$$

La transformation étant adiabatique, selon le premier principe de la thermodynamique, le travail de compression a pour valeur la variation de l'énergie interne de l'air :

$$W_{1 \rightarrow 2} = \Delta U = \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} (a^{\gamma-1} - 1)$$

*Donnée :*  $a = 13$ .

*Applications numériques :*  $V_2 = 0,35 \text{ L}$  ;  $p_2 = 54,4 \text{ bar}$  ,  $T_2 = 918 \text{ K}$  et  $W_{1 \rightarrow 2} = 3,02 \text{ kJ}$ .

### Troisième temps : carburation et détente motrice

La combustion interne est considérée comme une transformation isobare à la pression  $p_2$ .

Le fuel a un pouvoir calorifique  $Q_m$  par mole d'air admis dans les cylindres. La chaleur dégagée par la combustion interne a donc pour valeur  $Q_{2 \rightarrow 3} = n Q_m$ . Cette chaleur est égale à la variation d'enthalpie du gaz et nous pouvons en déduire la température  $T_3$  et le volume  $V_3$  atteints en fin de combustion.

$$T_3 = T_2 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{Q_m}{R} \quad \text{et} \quad V_3 = V_2 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{n Q_m}{p_2}$$



Cette phase est motrice, le travail  $W_{2 \rightarrow 3}$  reçu par le gaz est négatif :

$$W_{2 \rightarrow 3} = -p_2 (V_3 - V_2) = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} nQ_m$$

Le rapport  $b = V_3/V_2$ , évidemment inférieur au rapport volumétrique du moteur  $a = V_1/V_2$ , s'appelle « rapport volumétrique de combustion »

*Donnée :*  $Q_m = 41,0 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

*Applications numériques :*  $Q_{2 \rightarrow 3} = 10,1 \text{ kJ}$  ;  $W_{2 \rightarrow 3} = -2,89 \text{ kJ}$  ;  $T_3 = 2327 \text{ K}$  ;  $V_3 = 0,88 \text{ L}$  et  $b = 2,54$ .

Ensuite, les gaz brûlés subissent une détente adiabatique que l'on supposera réversible. Le mélange {air + fuel}, ainsi que les gaz brûlés, sont considérés comme ayant des propriétés physiques identiques à l'air. En particulier, on ne tiendra pas compte de la variation de quantité de matière due à l'injection du fuel et à sa combustion. Dans ces conditions, les gaz se détendent en obéissant à la loi de Laplace et l'on peut en déduire leur pression et leur température au moment où le volume maximal  $V_1$  est atteint :

$$p_4 = p_3 \left( \frac{V_3}{V_1} \right)^\gamma = p_1 b^\gamma \quad \text{et} \quad T_4 = T_1 b^\gamma$$

S'agissant d'une transformation adiabatique, nous avons  $Q_{3 \rightarrow 4} = 0$  et  $W_{3 \rightarrow 4} = \Delta U$ . Cette phase est motrice, le travail  $W_{3 \rightarrow 4}$  reçu par le gaz est négatif :

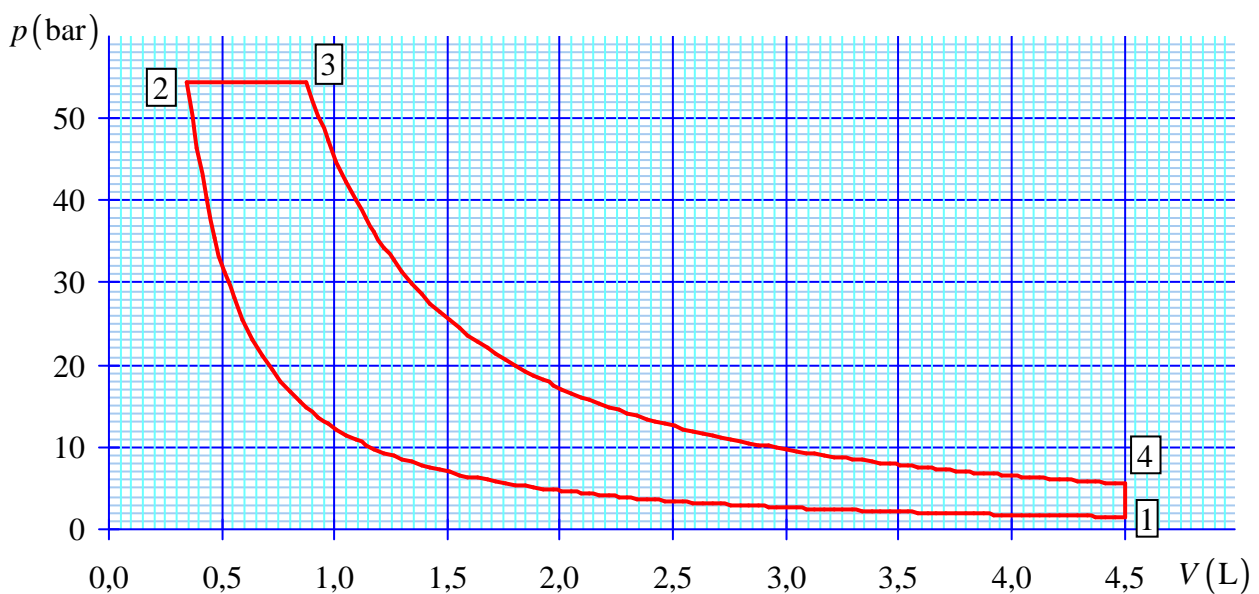
$$W_{3 \rightarrow 4} = \Delta U = -\frac{nR}{\gamma - 1} (T_3 - T_4)$$

*Applications numériques :*  $T_4 = 1210 \text{ K}$  ;  $p_4 = 5,52 \text{ bar}$  ;  $W_{3 \rightarrow 4} = -5,73 \text{ kJ}$ .

**Quatrième temps : échappement**

Si l'on imagine un refroidissement isochore des gaz d'échappement jusqu'à la température  $T_1$  de l'air admis, cela reviendrait pour le système à recevoir une chaleur négative  $Q_{4 \rightarrow 1} = \Delta U = -\frac{nR}{\gamma - 1} (T_4 - T_1)$ .

Le graphe suivant représente le cycle diesel idéalisé en coordonnées de Clapeyron.



Dans l'état 4, les gaz brûlés sont encore chauds. Imaginons que l'on fasse fonctionner une machine idéale de Carnot entre la température  $T_4$  et la température extérieure  $T_0$ . Le travail maximal que l'on pourrait en tirer aurait pour expression :

$$W_{\max} = \left(1 - \frac{T_0}{T_4}\right) |Q_{4 \rightarrow 1}|$$

Ce travail suffit-il pour assurer la compression initiale des gaz de 1 bar à 1,5 bar ?

*Applications numériques :*  $Q_{4 \rightarrow 1} = -4,52 \text{ kJ}$  ;  $W_{\max} = 3,42 \text{ kJ}$ . Cette valeur est très largement supérieure aux 185 joules nécessaires pour réaliser la turbo compression.

## Rendement énergétique

Nous définissons le rendement énergétique comme le rapport du travail mécanique algébriquement fourni au milieu extérieur dans le cycle soit  $|W_{2 \rightarrow 3}| + |W_{3 \rightarrow 4}| - W_{1 \rightarrow 2}$ , que l'on souhaite le plus grand possible, sur la chaleur  $Q_{2 \rightarrow 3}$  dépensée lors de la combustion interne, que l'on souhaite la plus petite possible :

$$\rho = \frac{|W_{2 \rightarrow 3}| + |W_{3 \rightarrow 4}| - W_{1 \rightarrow 2}}{Q_{2 \rightarrow 3}} = 1 - \frac{b^\gamma - 1}{\gamma a^{\gamma-1} (b-1)}$$

*Application numérique :*  $\rho = 0,55$ . Cette valeur est très optimiste par rapport à un cycle diesel réel.

## 4.5. Réfrigérateur à ammoniac

### Principe de fonctionnement

Le cycle d'une machine frigorifique à ammoniac peut être modélisé de la façon suivante.

#### Première phase : la compression

Une vapeur saturante de gaz ammoniac initialement à la température Celsius  $t_1$  dans un volume  $V_1$  est comprimée dans un cylindre, de façon adiabatique, de la pression  $p_1$ , pression de vapeur saturante à la température  $t_1$ , à la pression  $p_3$ , pression de vapeur saturante à la température  $t_3$ . L'ammoniac se trouve alors à l'état de vapeur sèche, sa température  $t_2$  étant supérieure à la température  $t_3$  (en diagramme de Clapeyron, l'isentrope est au-dessus de la courbe de saturation).

*Valeurs numériques :*  $t_1 = -10 \text{ °C}$  ;  $V_1 = 1,00 \text{ L}$  ;  $p_1 = 2,85 \text{ bar}$  ;  $p_3 = 5,99 \text{ bar}$  ;  $t_3 = +10 \text{ °C}$ .

#### Deuxième phase : la condensation

À cette pression  $p_3$ , le gaz est chassé dans un serpentin où il se condense à l'état liquide, la température étant maintenue par une circulation d'eau à la température  $t_3$ .

*Valeur numérique :* l'ammoniac liquide a pour masse volumique  $\rho = 662 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

#### Troisième phase : la détente

Une vanne de détente permet de faire passer l'ammoniac liquide, supposé incompressible, dans un autre serpentin maintenu à la température de la source froide  $t_1$ , la pression finale étant à nouveau  $p_1$ .

#### Quatrième phase : la vaporisation

Quand le piston du compresseur revient en arrière, l'ammoniac liquide se vaporise à la pression initiale  $p_1$ , revenant dans son état initial de vapeur saturante à la température  $t_1$ .

## Modélisation par un cycle réversible

### Première phase : la compression

En considérant l'ammoniac comme un gaz parfait dont l'exposant adiabatique  $\gamma$  est constant et en considérant que la compression adiabatique est réversible et donc isentropique, nous pouvons en déduire la température  $t_2$  atteinte en fin de compression. Le volume  $V_2$  et la température absolue  $T_2$  sont alors donnés par la loi de Laplace :

$$V_2 = V_1 \left( \frac{p_1}{p_3} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad \text{et} \quad T_2 = T_1 \left( \frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

S'agissant d'une évolution adiabatique, la chaleur  $Q_{1 \rightarrow 2}$  est nulle et, selon le premier principe, le travail  $W_{1 \rightarrow 2}$  reçu par le gaz dans cette compression est alors égal à la variation d'énergie interne du gaz :

$$W_{1 \rightarrow 2} = \Delta U = C_v (T_2 - T_1) = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

*Applications numériques :* avec  $\gamma = 1,31$  nous obtenons  $T_2 = 313,7 \text{ K}$  et donc  $t_2 = 40,6 \text{ }^\circ\text{C}$  ;  $V_2 = 0,567 \text{ L}$  ;  $W_{1 \rightarrow 2} = 176,7 \text{ J}$ .

### Deuxième phase : la condensation

En considérant l'ammoniac liquide comme un liquide parfait incompressible de masse volumique  $\rho$  et de masse molaire  $M_{\text{NH}_3} = 17 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ , le volume  $V_3$  de la phase condensée a pour expression :

$$V_3 = \frac{m}{\rho} = n \frac{M_{\text{NH}_3}}{\rho} = \frac{p_1 V_1}{RT_1} \frac{M_{\text{NH}_3}}{\rho}$$

Notons que cette phase se déroule en deux temps. Tout d'abord le gaz ammoniac subit un refroidissement isobare de la température  $t_2$  jusqu'à la température  $t_1$ . Ensuite se produit le changement d'état. Les échanges thermiques se font au contact de la source chaude et ne nous intéressent donc pas.

Dans cette condensation isobare, l'ammoniac reçoit le travail  $W_{2 \rightarrow 3} = -p_3 (V_3 - V_2)$ .

*Applications numériques :* avec  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $M_{\text{NH}_3} = 17 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $V_3 = 3,11 \times 10^{-3} \text{ L}$  ;  $W_{2 \rightarrow 3} = 337,9 \text{ J}$ .

### Troisième phase : la détente

La baisse de pression produit un refroidissement de la phase liquide. Cette transformation est isochore : le volume occupé par l'ammoniac liquide est invariant et il ne se produit aucun échange d'énergie sous forme de travail :  $W_{3 \rightarrow 4} = 0$ .

Dans ce refroidissement, l'ammoniac fournit de l'énergie sous forme de chaleur au milieu extérieur : cet échange thermique ne nous intéresse donc pas.

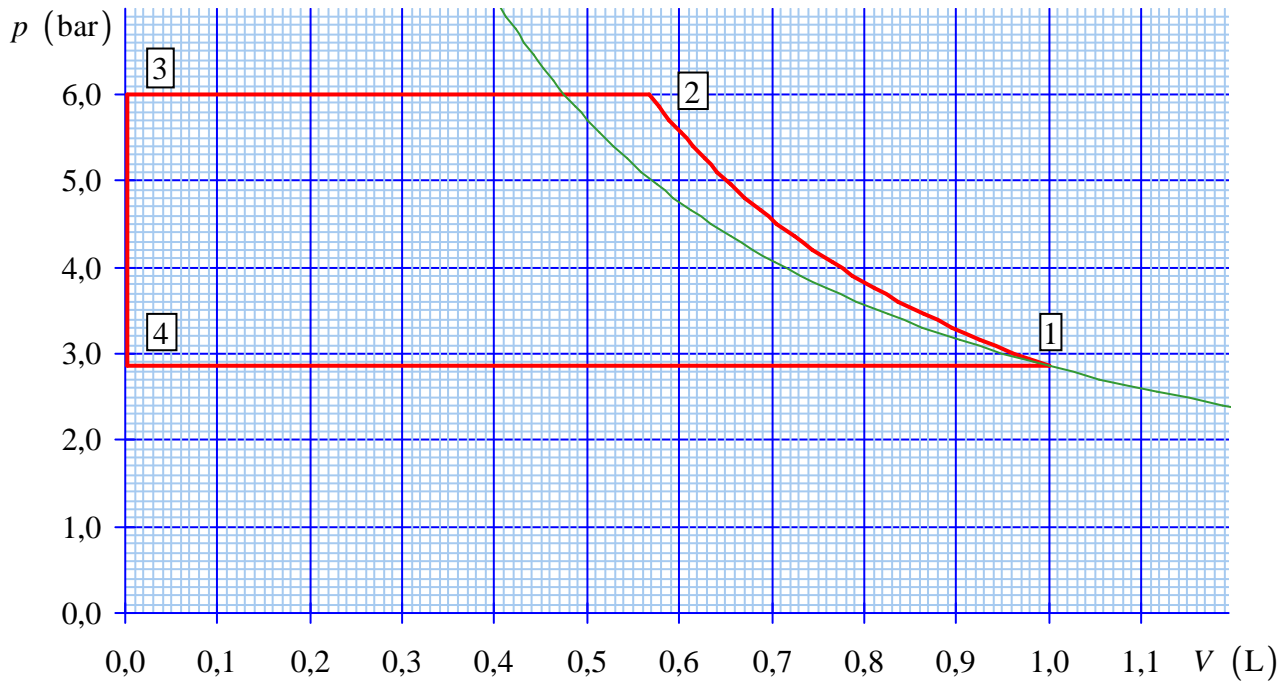
### Quatrième phase : la vaporisation

Connaissant la chaleur molaire latente de vaporisation de l'ammoniac  $\Delta_{\text{vap}} H$ , nous en déduisons l'énergie reçue sous forme de chaleur lors de la vaporisation :  $Q_{4 \rightarrow 1} = n \Delta_{\text{vap}} H = \frac{p_1 V_1}{RT_1} \Delta_{\text{vap}} H$ .

Cette phase d'expansion est une phase motrice :  $W_{4 \rightarrow 1} = -p_1 (V_1 - V_3) < 0$

Applications numériques : avec  $\Delta_{\text{vap}}H = 22,7 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $Q_{4 \rightarrow 1} = 2748 \text{ J}$  ;  $W_{4 \rightarrow 1} = -284,1 \text{ J}$ .

Le graphe suivant représente le diagramme de Clapeyron du cycle subi par l'ammoniac dans une telle machine thermique.



### Efficacité énergétique

La grandeur énergétique « utile » est la chaleur  $Q_{4 \rightarrow 1}$  extraite de la source froide. Le coût énergétique correspondant s'exprime comme le travail  $W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} - |W_{4 \rightarrow 1}|$  reçu au cours du cycle. On appelle *efficacité énergétique*  $\eta$ , le rapport entre la grandeur énergétique utile (que l'on souhaite la plus grande possible) et la grandeur énergétique coûteuse (que l'on souhaite la plus petite possible) :

$$\eta = \frac{Q_{4 \rightarrow 1}}{W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} - |W_{4 \rightarrow 1}|}$$

Application numérique :  $\eta = \frac{2748}{176,7 + 337,9 - 284,1} = 11,9$ .

Remarque : cette efficacité est inférieure à l'efficacité théorique d'une machine de Carnot idéale qui fonctionnerait entre les deux thermostats  $T_1$  (source froide) et  $T_3$  (source chaude) :

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_3}{T_1 - T_3} = 13,2$$

Le cycle idéal de Carnot serait, semble-t-il, plus efficace. Toutefois, si l'on n'envisage pas de changement d'état, il s'ensuit que les inévitables dissipations d'énergie par frottements ont une importance relative trop grande : le modèle de cycle réfrigérant de gaz, sans changement d'état, est bien trop idéalisé.