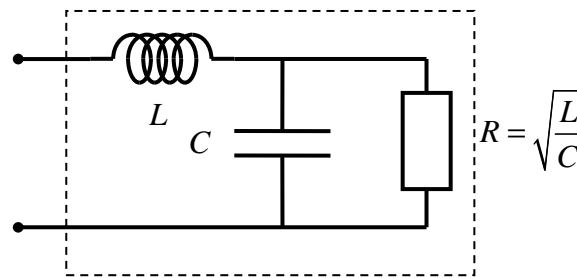


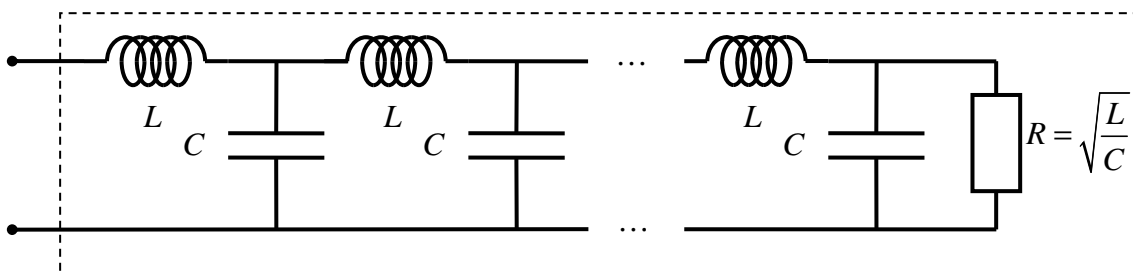
Électromagnétisme : Impédance caractéristique d'un câble coaxial

Un câble coaxial est constitué d'une âme conductrice en cuivre de rayon R_1 entourée d'une couche cylindrique isolante de rayon extérieur R_2 recouverte d'une tresse de blindage en cuivre que l'on considérera sans épaisseur. Le cuivre et la matière isolante seront considérés comme ayant les propriétés magnétostatique du vide. Le cuivre sera assimilé à un conducteur parfait et l'isolant sera lui-même considéré comme parfait, doté des propriétés diélectriques d'un milieu linéaire dont la permittivité est égale à celle du vide multipliée par une constante numérique ϵ_r que l'on appelle *permittivité relative* du diélectrique.

1. Montrer que ce câble présente une capacité linéique de valeur $\frac{C}{\ell} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln(R_2/R_1)}$
2. Déterminer l'énergie magnétique linéique d'un tel câble et en déduire que ce câble présente une inductance linéique de valeur $\frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{R_2}{R_1} \right)$
3. Vérifier l'homogénéité de la formule physique $R = \sqrt{L/C}$, puis déterminer l'impédance du dipôle électrique ci-dessous pour des fréquences très inférieures à la fréquence propre ω_0 du circuit LC, définie par la relation $LC\omega_0^2 = 1$.



4. En déduire, toujours dans l'hypothèse $\omega \ll \omega_0$, l'impédance du dipôle constitué d'un grand nombre de cellules LC toutes identiques et connectées en cascade, la ligne étant fermée par une résistance électrique de valeur $R = \sqrt{L/C}$:



5. *Application numérique* : Déterminer la capacité linéique, l'inductance linéique et l'impédance caractéristique du câble coaxial suivant sachant que la permittivité relative du diélectrique a pour valeur $\epsilon_r = 2,26$ (il s'agit de polyéthylène). Cette impédance dépend-elle de la longueur du câble ?

