

Bilan énergétique d'un solénoïde en régime variable

On considère un solénoïde idéal infini d'axe Oz , de rayon R , comportant n spires par unité de longueur.

Le solénoïde est parcouru par un courant « lentement » variable d'intensité $i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

- 1- Que signifie l'expression « lentement » variable ? Dans ce cadre d'hypothèse mieux défini, quelle est l'expression du champ d'induction magnétique \vec{B} à l'intérieur du solénoïde ?
- 2- Montrer que, d'après l'équation de Maxwell-Faraday, il apparaît un champ électrique \vec{E} orthoradial à l'intérieur du solénoïde, de la forme $\vec{E}(r, \theta, t) = E_\theta(r, t) \vec{e}_\theta(\theta)$.
- 3- Exprimer la circulation du champ \vec{E} le long d'un parcours circulaire de rayon r ($r < R$) d'axe Oz et orienté dans le sens direct. En déduire l'expression de $\vec{E}(r, t)$.
- 4- Montrer que dans le cas présent d'un régime « lentement » variable, la densité volumique d'énergie électrique est négligeable devant la densité volumique d'énergie magnétique.
- 5- Montrer que le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ est radial et déterminer son expression de la forme $\vec{\Pi}(r, \theta, t) = \Pi_r(r, t) \vec{e}_r(\theta)$.
- 6- On démontre qu'en coordonnées cylindriques $\text{div}(r \vec{e}_r) = 2$. Le théorème de Poynting est-il vérifié ?
- 7- Faire le bilan d'énergie pour un morceau de solénoïde de longueur ℓ entre l'instant 0 où le courant électrique a une valeur initiale i_0 et un temps « infini » au bout duquel le courant s'est annulé. Commenter ce bilan d'énergie.