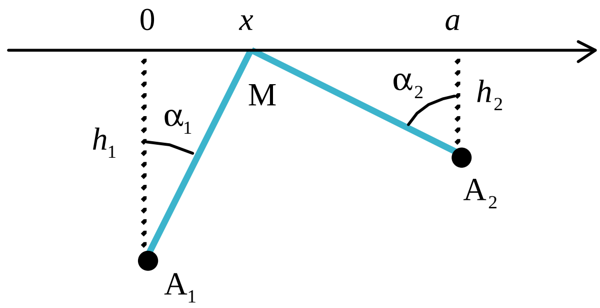
Le chemin le plus rapide n'est pas toujours le plus court

1. Voici un jeu d'enfant : deux points de base A_1 et A_2 sont situés respectivement aux distances h_1 et h_2 d'un mur. Partant de A_1, il s'agit de rejoindre A_2 au plus vite en ayant pour contrainte d'aller toucher le mur. On suppose que la vitesse de course est identique sur toute la surface du terrain de jeu.

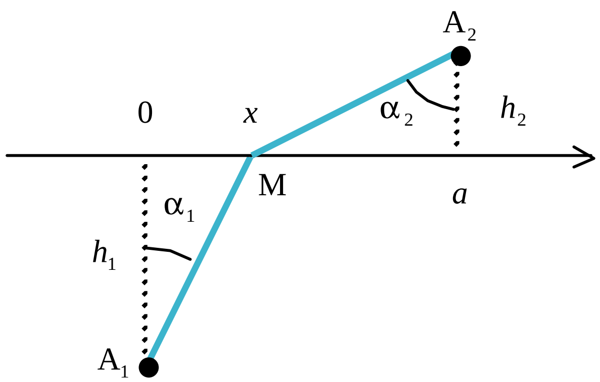


Déterminer la position du point M correspondant au trajet le plus rapide.

Que peut-on dire alors des angles d'incidence α_1 et α_2 ? (On appelle angle d'incidence l'angle de la normale au mur avec le trajet).

2. Voici un jeu d'enfant plus compliqué : il n'y a plus de mur, mais un rivage rectiligne. La base A_1 est située sur la plage, tandis que la base A_2 est située sur la mer. les enfants se déplacent à des vitesses v_1 et v_2 différentes respectivement en courant sur le sable et en nageant dans l'eau.

Déterminer, en fonction de l'abscisse x du point M auquel l'enfant choisit de pénétrer dans l'eau, la durée Δt du déplacement de A_1 vers A_2.



Exprimer la condition pour que cette durée soit extrémale (on ne cherchera pas à calculer la valeur de x correspondante). Quelle relation est alors satisfaite entre les angles d'incidence α_1 et α_2 ?

3. Même problème dans l'espace : une araignée se trouve en un coin inférieur d'une pièce cubique. Elle doit se rendre au plus vite au coin supérieur opposé de la pièce. Quel chemin doit-elle prendre dans l'hypothèse où elle se déplace à la même vitesse au sol, au plafond et sur les murs verticaux ?

Quel chemin doit-elle prendre dans l'hypothèse où elle se déplace deux fois plus vite au sol que sur les murs et le plafond ?