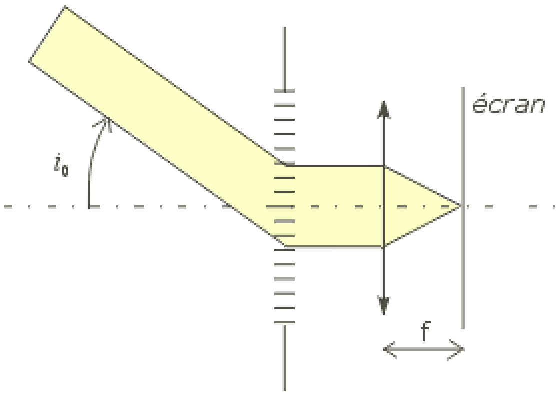
Réseau de diffraction

1. On choisit l'incidence i_0 de sorte que $i'_0 = 0$ pour $k = 1$ et $\lambda_0 = 600\text{ nm}$. On place orthogonalement au faisceau émergent une lentille convergente de distance focale image $f' = 0{,}80\text{ m}$, dans le plan focal image de laquelle se trouve un écran. Quelle est la valeur numérique de l'incidence i_0 utilisée ? Faire un schéma représentant le réseau, la lentille et le trajet d'un pinceau lumineux.

   Le pas h du réseau a pour expression $h = \dfrac{1}{n}$. La relation fondamentale des réseaux se formule donc ainsi : $\sin i' - \sin i_0 = nk\lambda_0$. En se plaçant à l'ordre 1, on déduit que pour un angle de sortie nul : $\sin i_0 = -n\lambda_0$. D'où : $i_0 = -0{,}3\text{ rad}$.



On remplace la source monochromatique par une source de lumière blanche en conservant le montage précédent. $\lambda \in [400\text{ nm}, 750\text{ nm}]$, l'incidence est i_0.

2. On note x la distance algébrique séparant le foyer image principal, de la trace laissée par le faisceau de longueur d'onde λ. Calculer numériquement x pour les extrémités du spectre dans l'ordre 1.

   Soit la relation: $\sin i' - \sin i_0 = n\lambda$, comme $\sin i_0 = -n\lambda_0$. On en déduit : $\sin i' = n(\lambda - \lambda_0)$. On considère f' suffisamment grand pour avoir : $\sin i' \approx \tan i' = \dfrac{x}{f'}$. Il vient : $x = f' n(\lambda - \lambda_0)$.

   Pour $\lambda_{\text{violet}} = 400\text{ nm}$, $x_{\text{violet}} = -80{,}13\text{ mm}$. Pour $\lambda_{\text{rouge}} = 750\text{ nm}$, $x_{\text{rouge}} = +60{,}06\text{ mm}$.

   En ne faisant pas l'approximation $x = f' \tan i' = f' \tan(\arcsin n(\lambda - \lambda_0))$, on déduit $x \in [-80{,}4\text{ mm}, +60{,}2\text{ mm}]$; comme la distance focale de la lentille n'est donnée qu'avec deux chiffres significatifs, on peut se contenter de l'approximation.

3. Comment placer la lentille pour observer le spectre d'ordre 0 ? Qu'observe-t-on dans le plan focal de celle-ci ?

   Sans doute suffit-il de placer la lentille le plus près possible du réseau. Dans le plan focal de la lentille, on observe alors la lumière blanche de l'ordre zéro et, de part et d'autre, divers spectres lumineux.

4. Combien d'ordres complets peut-on observer en théorie ? Y a-t-il une limitation pratique à l'observation de tous les ordres ?

Pour déterminer le nombre d'ordres complets observables, il suffit de considérer les angles d'émergence maximum, à savoir : $i' = \pm\frac{\pi}{2}$.

Pour $i' = +\frac{\pi}{2}$, il vient : $k = \frac{1 + n\lambda_0}{n\lambda}$, avec $\lambda = 750\ \text{nm}$, la longueur d'onde correspondant au rouge le plus dévié. On trouve $k = 3,46$. On se limite à l'entier inférieur le plus proche, on déduit donc : $k_{\max} = 3$.

Pour $i' = -\frac{\pi}{2}$, il vient $k = \frac{-1 + n\lambda_0}{n\lambda}$, avec pour la même raison que précédemment $\lambda = 750\ \text{nm}$. On trouve $k = -1,86$ et donc $k_{\max} = -1$.

On observe donc quatre spectres complets $\{-1, +1, +2, +3\}$ auxquels on peut rajouter l'ordre 0.

La limitation pratique à l'observation de tous les ordres est essentiellement due à la lentille qui limite le champ.

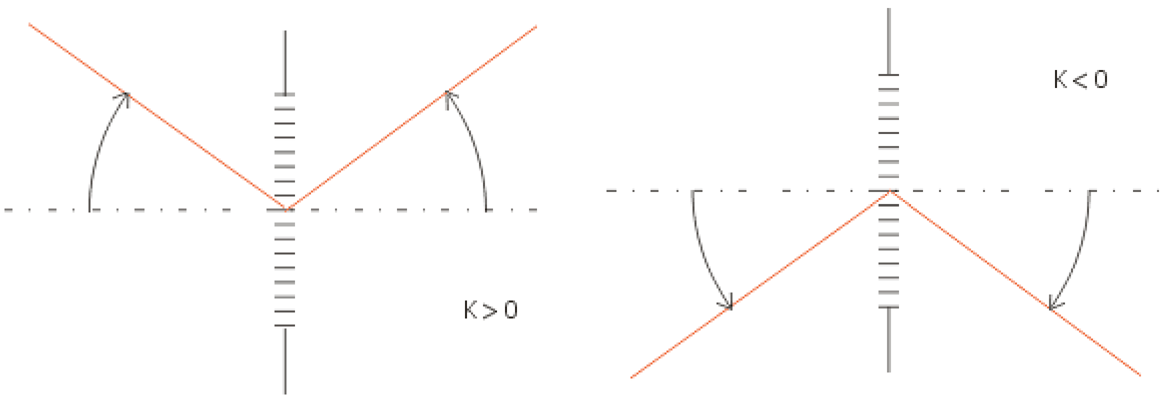
On observe dans la direction caractérisée par l'angle i' par rapport à la normale au réseau un maximum de lumière correspondant à l'ordre *k*. Le faisceau incident est dévié d'un angle $D = i - i'$ (tous les angles sont algébriques et positifs dans le sens trigonométrique direct).

5. Montrer que lorsque l'incidence varie, la déviation passe par un minimum dans un ordre *k* donné. Exprimer le minimum de déviation en fonction de *k*, *n* et λ.

La déviation $D = i - i'$, lorsqu'elle passe par un minimum est caractérisée par : $dD = di - di' = 0$. Or, d'après la relation fondamentale des réseaux $\sin i' - \sin i = nk\lambda$, on déduit : $\sin i' - \sin i = C^{te}$. La différentielle de cette expression donne : $\cos i'\, di' - \cos i\, di = 0$. Comme D est minimum, on déduit donc : $\cos i' = \cos i$. Seule la solution $i' = -i$ présente un intérêt.

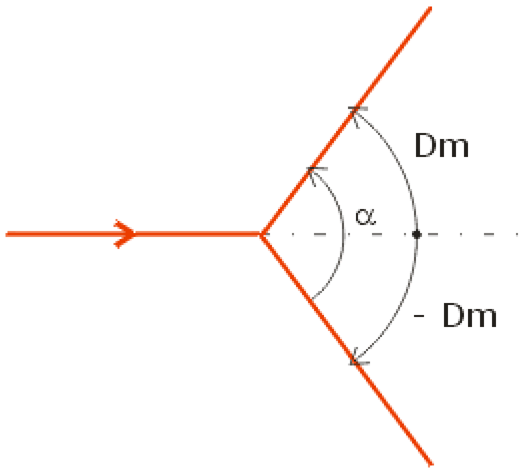
On déduit donc : $D = 2i = -2i'$ et $D_m = 2\arcsin\frac{nk\lambda}{2}$.

6. Représenter sur un schéma les positions relatives du réseau, des rayons incidents et émergents correspondant au cas du minimum de déviation.



7. Pour l'ordre $k = 2$, on repère pour une radiation λ_1 les deux positions symétriques correspondant au minimum de déviation. L'écart angulaire entre ces deux positions est : $\alpha = 68°\ 30'$. En déduire la longueur d'onde λ_1.

On pointe de part et d'autre les positions correspondant au minimum de déviation, on déduit $\alpha = 2D_m = 4i'$. Il vient donc : $\lambda_1 = \frac{2}{nk}\sin\frac{D_m}{2} = \frac{2}{nk}\sin\frac{\alpha}{4} = 588,9\ \text{nm}$.



8. La source est en fait une lampe à sodium comportant deux radiations λ_1 et λ_2, avec $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ et $\Delta\lambda \ll \lambda_1$. On place une lentille convergente de distance focale image $f' = 0,80$ m en sortie de réseau. L'axe de la lentille est confondu avec le rayon correspondant au minimum de déviation de λ_1. La trace de la radiation λ_2 sur un écran placé dans le plan focal image de la lentille est décalée d'une distance de $x = 0,5$ mm. En déduire $\lambda_2 - \lambda_1$ et calculer λ_2.

Les longueurs d'onde du doublet sont très proches, de la différentielle de la relation fondamentale $\sin i' - \sin i_0 = nk\lambda_1$. On en déduit : $\cos i' \Delta i' = nk\Delta\lambda$.

Comme $x = f'\Delta i'$, on en déduit : $\Delta\lambda = \dfrac{x}{nkf'}\cos\dfrac{\alpha}{2} = 0,597$ nm.